

Hiperboliczność i własność shadowingu dla operatorów liniowych w przestrzeniach Banacha

Michał Maciaszek

08.06.2022

Definicje hiperboliczności i własności shadowingu pełnią bardzo ważną rolę w teorii układów dynamicznych. Wobec tego, relacje między tymi dwoma pojęciami są badane również dla operatorów liniowych (głównie homeomorfizmów) na przestrzeniach Banacha. Na przykład, udowodniono, że każdy liniowy homeomorfizm $L : X \rightarrow X$ na przestrzeni Banacha X , który jest hiperboliczny, posiada własność shadowingu. Ponadto, jeżeli X jest skończenie wymiarowa, to wówczas każdy liniowy homeomorfizm L spełniający własność shadowingu jest hiperboliczny. Istnieją również przykłady niehiperbolicznych homeomorfizmów liniowych spełniających własność shadowingu. Niedawno również udowodniono związek pomiędzy hiperbolicznością, a homeomorfizmami rozszerzającymi, spełniającymi własność shadowingu.

W czasie seminarium zaprezentowane zostaną wyniki oparte o pracę *Hyperbolicity, Shadowing and Bounded Orbits* autorstwa K. Lee oraz C. A. Morales. W szczególności pokażemy, że liniowy homeomorfizm $L : X \rightarrow X$ na przestrzeni Banacha X , spełniający własność shadowingu jest hiperboliczny wtedy i tylko wtedy, gdy zbiór ograniczonych orbit jest domknięty. Uzyskamy ten rezultat korzystając z własności ograniczonego shadowingu (bounded shadowing property). Pokażemy również przykłady zastosowania powyższego twierdzenia oraz przedstawimy niektóre otwarte problemy z tej tematyki.