1. W pierścieniu Z_m rozłozyć wielomian $2X^3+6X+2$ na iloczyn czynników nierozkładalnych, dla $m = 5, 7, 11$
2. Czy w pierścieniu $Z_7[X]$ wielomian $x^4 + 5x^3 + 3x + 1$ jest podzielny przez $x + 5$?
3. Czy w pierścieniu $Z_6[x]$ wielomian x^3+x^2+1 jest podzielny przez $x+2$?
4. Czy w pierścieniu $Z_2[X]$ wielomian $x^3 + x^2 + 1$ jest rozkładalny?
5. Czy $2X^4 - 51X^2 + 57X - 66$ jest nierozkładalny nad Q?
6. Czy wielomian $X^5 + (2 + 3i)X^4 + (5 + i)X^3 + (4 - 7i)X + (6 - 4i)$ jest rozkładalny nad $Q[i]$?
7. Wykaż, że wielomian $2x^5 + (1 + 3i\sqrt{2})x^4 - 19x + 2i - 6\sqrt{2}$ jest nierozkładalny w $Q[i\sqrt{2}]$.
8. Wykaż, że wielomian $x^6 + (3 - 2i\sqrt{2})x^5 + 17x + 6i + 4\sqrt{2}$ jest nierozkładalny w $Q[i\sqrt{2}]$.
9. Stosując kryterium Eisensteina wykazać, że wielomian $x^5 + (5-3i)x^3 + 4x^2 + (1 + 5i)x + 2$ jest nierozkładalny nad ciałem $Q[i]$.
10. Niech A będzie pierścieniem Gaussa. Niech oraz $f \in A[X]$. Udowodnij, że f jest wielomianem nierozkładalnym wtedy i tylko wtedy gdy $f(x+a)$ jest wielomianem nierozkładalnym dla pewnego $a \in A$. Czy powyższe twierdzenie będzie prawdziwe jeżeli słowo niertozkładalny zastąpimy słowem rozkładalny?
11. Korzystajac z zadania poprzedniego wykaż, iż $X^4 + X^3 + X^2 + X + 1$ jest nierozkładalny nad $Q[X]$. Uogólniając to zadanie wykaż, iż jeżeli p jest liczbą pierwszą to wielomian $f = X^{p-1} + X^{p-2} + ... + X + 1$ jest nierozkładalny nad $Q[X]$.
12. Niech $F : A_1 \to A_2$ będzie homomorfizmem pierscieni całkowitych i niech $f \in A[X]$. Wykaż, że $K : A_1[X] \to A_2[X]$ określona wzorem $K(\sum_{k=0}^{n} a_k X^k) = \sum_{k=0}^{n} a_k F(X^k)$ jest homomorfizmem pierscieni wielomianów. Ponadto wykaż iż jeżeli $stf = stK(f)$ oraz wielomian $K(f)$ jest nierozkładalny w $A_2[X]$ to wielomian f jest nierozkładalny w $A_1[X]$
13. Stosujac Algorytm Euklidesa dla wielomianów $f = X^4 + X^3 + 5X| + 1, g = X^4 + X^2 + 6X + 3$ z pierscienia $Z_7[X]$ oblicz $NWD(f, g)$ a następnie przedstaw wielomian $NWD(f, g)$ jako kombinację liniową wielomianów f, g

14. Stosując Algorytm Euklidesa w pierscieniu A z normą N obliczyć $NWD(a,b)$

(a) $A = Z[i], N(a+bi) = a^2 + b^2, a == 22 + 2i, b = 13 + 4i.$

(b) $A = Z[i\sqrt{2}], N(a+bi) = a^2 + 2b^2, a = 11 + i\sqrt{2}, b = -3 + 5i\sqrt{2}.$