

1. Wykaż, iż  $(S_3, \circ)$  jest izomorficzna z grupą  $(G_1, \circ)$
2. Wykaż, iż  $(S_3, \circ)$  jest izomorficzna z grupą  $(D_3, \circ)$
3. Z którą z następujących grup
  - (a)  $Z_{12}^*$
  - (b)  $Z_5^*$
  - (c)  $Z_7^*$
  - (d)  $Z_8^*$
  - (e)  $Z_2 \times Z_2$
  - (f)  $Z_4$
 jest izomorficzna grupa Kleina?
4. Sprawdzić, czy grupy są izomorficzne. Jeśli tak, to znaleźć izomorfizm grup:
  - a)  $(Z_{12}^*, \cdot)$  i  $(Z_{2 \times 2}, +)$ ,    b)  $(Z_9^*, \cdot)$  i  $(Z_6, +)$ ,
  - c)  $(Z_4, +)$  i  $(Z_{2 \times 2}, +)$ ,    d)  $(Z_6, +)$  i  $(Z_{2 \times 3}, +)$ .
5. Czy  $S_3$  jest izomorficzna z  $Z_6$ ?
6. Znaleźć izomorfizm grup  $(Z_n, +)$  i  $(O_n, \circ)$ , gdzie  $O_n$  grupa obrotów  $n$ -kąta foremnego  $F$  na płaszczyźnie ( $O_n = \{\text{id}, a, a^2, \dots, a^{n-1}\}$ ) gdzie  $a$  jest obrotem o kąt  $\frac{2\pi}{n}$ .
7. Udowodnij, że funkcja  $f : Z \rightarrow Z$  określona wzorem  $f(x) = x - 5$  jest izomorfizmem grupy  $Z$  na grupę  $(Z, \oplus)$ , gdzie  $x \oplus y = x + y + 5$  dla  $x, y \in Z$ .
8. Udowodnij, że funkcja  $h : G \rightarrow G$  określona wzorem  $h(a) = a^2$  jest homomorfizmem grup wtedy i tylko wtedy gdy  $G$  jest grupą abelową.
9. Udowodnij, że homomorfizm grup  $h : G \rightarrow G$  jest monomorfizmem wtedy i tylko wtedy gdy jądro  $h$  jest elementem neutralnym.
10. Niech  $\varphi : G \rightarrow G'$  będzie homomorfizmem grup i niech  $e$  i  $e'$  będą elementami neutralnymi grup  $G$  i  $G'$ . Udowodnić, że  $\varphi(e) = e'$ .
11. Niech  $\varphi : G \rightarrow G'$  będzie homomorfizmem grup. Wykazać, że dla dowolnego  $a \in G$  zachodzi równość  $\varphi(a^{-1}) = (\varphi(a))^{-1}$ .
12. Niech  $\varphi : G \rightarrow G'$  będzie izomorfizmem grup. Wykazać, że funkcja  $\varphi^{-1} : G' \rightarrow G$  jest izomorfizmem grup.