1. Sprawdzić, że dany zbiór funkcji, względem zwykłego dodawania i mnożenia tworzy pierścień. Czy pierścień ma jedynkę?
   (a) $\{f \in C[a,b] : f(a) = f(b)\}$
   (b) $\{f \in C[a,b] : f(a) \in \mathbb{Q}\}$
   (c) $\{f \in C(a,\infty) : \lim_{x\to\infty} f(x) = 0\}$
   (d) $\{f \in C(a,\infty) : \forall a \in \mathbb{N} f(n) = 0\}$
2. Czy $(R[X], +, \circ)$ jest pierścieniem?
3. Udowodnić, że jeśli $A$ jest niezerowym pierścieniem z 1, to $1 \neq 0$.
4. Wyznaczyć elementy odwracalne oraz dzielniki zera w $Z_6^*$ oraz $Z \times Z$
5. Udowodnić, że zbiór elementów odwracalnych $U(A)$ pierścienie $A$ z jedynką tworzy grupę.
6. Wykazać, że jeśli $a^2$ jest dzielnikiem zera, to $a$ jest dzielnikiem zera.
7. Udowodnić, że żaden element odwracalny pierścienia z jedynką nie jest dzielnikiem zera.
8. Niech $A$ będzie pierścieniem z jedynką. Udowodnić, że jeśli $ab$ oraz $ba$ są odwracalne, to $a, b$ są odwracalne.
9. Niech $A$ będzie pierścieniem z jedynką i bez dzielników zera. Udowodnić, że jeśli $ab$ jest odwracalne, to $a, b$ są odwracalne.
10. Zbadać, czy dany zbiór $B$ jest podpierścieniem pierścienia $(C[0,1], +, \cdot)$
    (a) $B = \{f \in C[0,2] : f(2) = f(0)\}$
    (b) $B = \{f \in C[0,1] : \int_0^1 f(x)dx = 0\}$
11. Udowodnić, że pierścienie $\mathbb{Z}[\sqrt{5}]$ i $\mathbb{Z}[i]$ nie są izomorficzne.
12. Udowodnić, że jeśli pierścienie $A$ i $B$ są izomorficzne, to pierścienie $A[X]$ i $B[X]$ też są izomorficzne.
13. Wykaż, iż każdy skończony pierscień całkowity jest ciałem.
14. Czy niezerowy podpierścień z jedynką ciała musi być ciałem?
15. Wykaż, iż centrum pierścienia $A$ określone następująco $Z(A) = \{a \in A : \forall_{x\in A} ax = xa\}$ jest podpierścieniem pierscienia $A$.

16. Wykaż, że pierscień $A$ ma dzielniki zera wtedy i tylko wtedy gdy
    (a) $A[X]$ ma dzielniki zera
    (b) $A[[X]]$ ma dzielniki zera
17. Wykaż, że jeżeli pierścienie A i B są izomorficzne to pierścienie $A[X], B[X]$ są izomorficzne.
    (a) $A[X], B[X]$ są izomorficzne.
    (b) $A[[X]], B[[X]]$ są izomorficzne.
18. Wykaż, iż szereg $\sum_{k=0}^{\infty} a_k X^k \in A[[X]]$ jest elementem odwracalnym pierscienia $A[X]$ wtedy i tylko wtedy gdy element $a_0$ jest elementem odwracalnym pierścienia A.
19. Udowodnij że jeśli $I$ jest ideałem pierścienia A to dla dowolnych $a, b \in I$ mamy $a + b \in I$.
20. Wykaż, że jeśli $A$ jest ciałem, to $A$ ma dokładnie dwa ideały.
21. Czy zbiór $I$ jest ideałem pierścienia $A$:
    (a) $I = \{f \in C[a; b] : f(a) = 0\}$, $A = C[a; b]$ ,
    (b) $I = \{f \in C(a; b] : \lim_{x \to a^+} f(x) = 0\}$, $A = C(a; b]$.
22. Wykaż, że jeśli $\varphi\colon A \to B$ jest homomorfizmem pierścieni, to ker$\varphi$ jest ideałem pierścienia $A$.
23. Wykaż, że jeśli $\varphi\colon A \to B$ jest homomorfizmem pierścieni i $J$ jest ideałem pierścienia $B$, to zbiór $\varphi^{-1}(J)$ jest ideałem pierścienia $A$.
24. Niech $K$ będzie ciałem. Wykaż iż $K[X]$ jest pierścieniem ideałów głównych.
25. Wykaż, że ideał $I = 5\mathbb{Z}[X] + X\mathbb{Z}[X]$ pierścienia $Z[X]$ nie jest główny.
26. Wykaż iż jeżeli $I$ jest ideałem pierścienia $A$ to $I[X]$ jest ideałem pierścienia $A[X]$.
27. Określmy sumę ideałów $I + J$ pierścienia $A$ przez;
    $I + J = \{x + y \in A; x \in I, y \in J\}$. Wykaż iż
    (a) $I + J$ jest ideałem
    (b) $I \cup J \subset I + J$
    (c) $I + J$ jest najmniejszym ideałem pierścienia $A$ zawierającym $I \cup J$