W każdym zadaniu zakładamy, że mamy pierscień całkowity.

1. Czy w $\mathbb{Z}[i]$ element $1+2i$ dzieli: 2, $5i-30$?
2. Czy w $\mathbb{Z}[\frac{1}{30}] = \{\frac{m}{30^k}, m \in \mathbb{Z}, k \in\}$ element 7 dzieli: $\frac{1}{27}$, $\frac{14}{25}$?
3. Udowodnij, że jedynym elementem stowarzyszonym z 0 jest 0.
4. Udowodnić, że $a \sim b$ wtedy i tylko wtedy, gdy istnieje odwracalny element $u$ taki, że $b = au$.
5. Udowodnij, że jeśli $a \sim b$ i $a$ jest
   (a) odwracalny to $b$ jest odwracalny
   (b) nieodwracalny to $b$ jest nieodwracalny
   (c) rozkladalny to $b$ jest rozkładalny
   (d) nierozkładalny to $b$ jest nierozkadalny
6. W pierścieniu $\mathbb{Z}[i\sqrt{3}]$ znaleźć wszystkie dzielniki elementów:
   $5+i\sqrt{3}, -4+5i\sqrt{3}, -3$
7. Sprawdź, czy w pierścieniu $\mathbb{Z}[i\sqrt{3}]$ elementy:
   a) 4, b) $5+i\sqrt{3}$,
   są odwracalne?
8. Zbadać jakiego typu elementem (odwracalnym, rozkładalnym, nierozkładalnym) jest dany element w $\mathbb{Z}[\frac{1}{10}]$.
   a) $\frac{1}{25}$, b) $\frac{13}{80}$, c) $\frac{9}{10}$.
9. Czy podany elementy $a_1, a_2, a_3$ pierścienia A mają rozkład jednoznaczny ?
   (a) $A = Z[i\sqrt{3}], a_1 = -4, a_2 = -10-2i\sqrt{3}, a_3 = -2+2i\sqrt{3}$
   (b) $A = Z[i\sqrt{7}], a_1 = 8, a_2 = 9+i\sqrt{7}, a_3 = -2-4i\sqrt{7}$
10. Czy elementy $a_1, a_2$ są pierwsze w pierścieniu A
    (a) $a_1 = 2, a_2 = i\sqrt{7}, A = Z[i\sqrt{7}]$
    (b) $a_1 = 3, a_2 = 1+i\sqrt{5}, A = Z[i\sqrt{5}]$