

## Zestaw 8

---

Zadanie 1. Z grona 15 osób mają być wybrane 3 komisje składające się odpowiednio z 3,4,5 osób.

- (a) Ile takich zbiorów komisji można utworzyć jeżeli żadna z osób nie może pracować w więcej niż jednej komisji
- (b) Ile takich zbiorów komisji można utworzyć jeżeli nie ma ograniczeń na liczbę komisji, w których każda z osób może pracować?

Zadanie 2. Na ile sposobów można utworzyć trzy rozłączne komisje spośród 13 osób jeżeli muszą one mieć odpowiednio:

- (a) 5,3,2 osób
- (b) 4,3,3 osób
- (c) po 3 osoby

Zadanie 3. Ile różnych sygnałów można utworzyć umieszczając obok siebie w pionowej kolumnie dziewięć flag z których 3 są białe 2 czerwone a 4 niebieskie

Zadanie 4. Niech  $S$  będzie zbiorem wszystkich ciągów o długości dziesięć złożonych z cyfr 0,1,2.

- (a) Ile elementów ma zbiór  $S$ ?
- (b) Ile ciągów należących do  $S$  ma dokładnie 5 jedynek i 5 zer?
- (c) Ile ciągów należących do  $S$  ma dokładnie 3 jedynki i 7 zer?
- (d) Ile ciągów należących do  $S$  ma dokładnie 3 zera i 4 jedynki i 3 dwójki?
- (e) Ile ciągów należących do  $S$  ma co najmniej 1 zero co najmniej 1 jedynkę i co najmniej 1 dwójkę

Zadanie 5. Na ile różnych sposobów można podzielić 19 studentów na 5 zespołów w tym 2 zespoły po 5 osób i 3 zespoły po 3 osoby tak aby

- (a) każdy zespół studiował inny spośród 5 danych tematów
- (b) każdy zespół studiuje ten sam temat

- Zadanie 6. Na ile sposobów można podzielić zbiór złożony z  $2n$  elementów na dwa zbiory po  $n$  elementów w każdym?
- Zadanie 7. Worek zawiera 50 szklanych kulek w 4 różnych kolorach. Wyjaśnij dlaczego jest co najmniej 13 kulek tego samego koloru.
- Zadanie 8. Worek zawiera 50 szklanych kulek w 4 różnych kolorach. Jeżeli czerwonych kulek jest dokładnie 8, to wyjaśnij dlaczego jest co najmniej 14 kulek tego samego koloru.
- Zadanie 9. Przypuśćmy, że 73 kulki zostały umieszczone w ośmiu pudełkach.
- (a) Wykaż, że jedno z pudełek zawiera co najmniej 10 kulek.
  - (b) Wykaż, że jeśli 2 pudełka są puste to jakieś pudełko zawiera co najmniej 13 kulek
- Zadanie 10. Dane jest 9 nieujemnych liczb rzeczywistych  $a_1, \dots, a_9$ , których sumą jest 90
- (a) Wykaż, że wśród tych liczb istnieją takie trzy, których suma równa się co najmniej 30.
  - (b) Wykaż, że wśród tych liczb istnieją takie cztery, których suma równa się co najmniej 40.
- Zadanie 11. Wykaż, że jeśli 10 nieujemnych liczb całkowitych ma sumę 101 to muszą istnieć wśród nich trzy takie, których suma wynosi co najmniej 31.
- Zadanie 12. Janowicz ma 13 tygodni na przygotowanie się do zawodów. Dziennie trenuje przynajmniej 1 raz a tygodniowo co najwyżej 10 razy. Udowodnij, że istnieje ciąg kolejnych dni w których będzie trenował dokładnie 51 razy
- Zadanie 13. Informatyk ma 10 tygodni aby przygotować dodatkowy projekt. Dzień nie postanowił pracować nad tym projektem co najmniej jedną godzinę ale tygodniowo nie może poświęcić więcej na dodatkową pracę niż 11 godzin. Udowodnij, że będzie istniał ciąg takich kolejnych dni, że pracownik będzie przygotowywał dodatkowy projekt dokładnie 29 godzin.