

DODATEK 1

Równania i nierówności

1. Rozwiązać równania:

1.1. $|x + 1| + |x - 1| = 2$,

1.2. $|x + 1| + 2|x - 1| = |x + 3|$,

1.3. $|x^2 - 7x + 8| = 2$.

2. Rozwiązać nierówności:

2.1. $x^3 - x^2 - x + 1 \leq 0$,

2.2. $x^3 - x^2 - x - 2 < 0$,

2.3. $x^3 - 2x^2 - 5x + 6 > 0$,

2.4. $\frac{3}{x+1} > \frac{2}{x-2}$,

2.5. $\frac{2x-3}{x-1} < 4$,

2.6. $\sqrt{x+4} - 1 < x$,

2.7. $|x - 1| > \sqrt{x} - 2$,

2.8. $\sqrt{x+3} - 2 \geq \sqrt{x-2}$,

2.9. $\sqrt{x+2} - \sqrt{x-3} \geq 2$,

2.10. $|1 - x^2| - |1 - x| > |x + 2|$,

2.11. $|x^2 - 1| + |x + 1| < |x - 3|$,

2.12. $2^{2\log_3 x+1} + 2^{\log_3 x} - 1 \leq 0$,

2.13. $|(\frac{1}{2})^{2x-1} - 1| \leq 3$,

2.14. $\sin^2 x + \cos x + 1 \geq 0$,

2.15. $\sin^2 x + 2\cos x - 1 \geq 0$.

Parzystość, nieparzystość funkcji

1. Zbadać parzystość i nieparzystość funkcji:

1.1. $f(x) = \frac{\sin x}{3-x-3^x}$,

1.2. $f(x) = \sin(\cos 2x) + |\sin 3x| + 4$,

1.3. $f(x) = x \ln \frac{x+3}{x-3}$,

1.4. $f(x) = \log \left| \frac{4^x+1}{4^x-1} \right|$,

1.5. $f(x) = x^5 \frac{4^x+1}{1-4^x}$,

1.6. $f(x) = \ln(x^2 + x - 2)$,

1.7. $f(x) = \arcsin \frac{x}{1+|x|}$,

1.8. $f(x) = \log(x + \sqrt{1+x^2})$,

1.9. $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & x > 0, \\ -x^2 - 1 & x < 0, \end{cases}$

1.10. $f(x) = \begin{cases} e^x + e^{-x} & x > 0, \\ -e^x - e^{-x} & x < 0. \end{cases}$

2. Funkcję $f(x) = \frac{1}{x-2}$, $x \in \mathbf{R} \setminus \{-2, 2\}$ przedstawić jako sumę funkcji parzystej i nieparzystej.