

WMS, matematyka
Równania różniczkowe zwyczajne
EGZAMIN I

1. a) Znaleźć wszystkie rozwiązania określone na $\mathbf{R}$ problemu początkowego

$$x' = \sqrt[3]{x}, \quad x(0) = 0.$$

- b) Wykazać, że każde rozwiązanie równania

$$x' = \frac{x+1}{x^{10}+1}$$

jest przedłużalne na $\mathbf{R}$.

2. Rozwiązać równanie

$$(t + t^4 + 2t^2x^2 + x^4) dt + xdx = 0.$$

Wskazówka: można wykorzystać czynnik całkujący postaci $\mu = \mu(t^2 + x^2)$.

3. Znaleźć rozwiązania ogólne równań:

a) $x''' + x' = \cos t$,

b) $t^2x'' + 6tx' + 4x = t^2$, $t > 0$.

4. Rozwiązać układ równań

$$\begin{cases} x' = x - 2y + 2z + 3e^{3t} \\ y' = -2x + y + 2z \\ z' = 2x + 2y + z \end{cases}.$$

5. Zbadać stabilność punktów stacjonarnych $(x, y) = (0, 0)$ i $(x, y) = (0, 1)$ układu równań

$$\begin{cases} x' = xy^2 \\ y' = -x^2y \end{cases}.$$

Czas pisania: 120 minut

POWODZENIA!!!:)