

PYTANIA EGZAMINACYJNE, II ROK WMS, 2023/24
RÓWNANIA RÓŻNICZKOWE

0. Obowiązują wszystkie definicje z wykładu. Warto też pamiętać i rozumieć różne uwagi, komentarze, twierdzenia pomocnicze i elementarne przykłady. Mogą też pojawić się nowe elementarne przykłady w celu zobrazowania omawianych zagadnień.
1. Równanie o zmiennych rozdzielonych (omówić i uzasadnić metodę rozwiązywania), twierdzenie o istnieniu i jednoznaczności lokalnych rozwiązań problemu Cauchy'ego (z dowodem).
2. Równanie jednorodne i równanie wymierne (omówić i uzasadnić metody rozwiązywania).
3. Równanie liniowe pierwszego rzędu, twierdzenie o rozwiązaniu ogólnym RLJ i twierdzenie o rozwiązaniu ogólnym RLN (z dowodami), metoda uzmienniania stałej.
4. Równanie Bernoulliego i równanie Riccatiego (omówić i uzasadnić metody rozwiązywania).
5. Równanie Clairauta i równanie Lagrange'a (omówić i uzasadnić metody rozwiązywania).
6. Równanie zupełne, czynnik całkujący (omówić i uzasadnić metody rozwiązywania).
7. Równania drugiego rzędu sprowadzalne do równań pierwszego rzędu (omówić i uzasadnić metody rozwiązywania). **Omówić i uzasadnić konstrukcję układu fundamentalnego równania Cauchy'ego-Eulera drugiego rzędu.**
8. Twierdzenie Picarda o istnieniu i jednoznaczności lokalnych rozwiązań problemu Cauchy'ego (z dowodem przy pomocy ciągu Picarda).
9. Twierdzenie Picarda o istnieniu i jednoznaczności lokalnych rozwiązań problemu Cauchy'ego (z dowodem przy pomocy twierdzenia Banacha).
10. Twierdzenie Picarda o istnieniu i jednoznaczności globalnych rozwiązań problemu Cauchy'ego (z dowodem przy pomocy twierdzenia Banacha).
11. Twierdzenie o maksymalnym przedziale istnienia rozwiązania problemu Cauchy'ego i osiągnięciu brzegu (z dowodem).
12. Twierdzenie Peano o istnieniu lokalnych rozwiązań problemu Cauchy'ego (z dowodem przy pomocy ciągu łamanych Eulera).
13. Równanie liniowe n -tego rzędu, twierdzenie Liouville'a (z dowodem).
14. Równanie liniowe n -tego rzędu, twierdzenie o rozwiązaniu ogólnym RLJ (z dowodem) i twierdzenie o rozwiązaniu ogólnym RLN.
15. Równanie liniowe n -tego rzędu, układ fundamentalny, metoda uzmienniania stałych (**uzasadnić**), metoda przewidywania.
16. Układ równań liniowych pierwszego rzędu, twierdzenie Abela (z dowodem).
17. Układ równań liniowych pierwszego rzędu, twierdzenie o rozwiązaniu ogólnym ULJ i twierdzenie o rozwiązaniu ogólnym ULN. **Metoda uzmienniania stałych dla ULN (uzasadnić).**

18. Uzasadnić związek twierdzenia Liouville'a z twierdzeniem Abela.
19. Omówić metodę wielomianu minimalnego wyznaczania macierzy fundamentalnej dla ULJ o stałych współczynnikach.
20. Omówić metodę Putzera wyznaczania macierzy fundamentalnej dla ULJ o stałych współczynnikach.
21. Liniowe twierdzenie porównawcze i lemat Gronwalla w postaci całkowej (z dowodami), zastosowania.
22. Twierdzenie implikujące ciągłą zależność rozwiązania problemu Cauchy'ego od warunku początkowego i prawej strony równania (z dowodem).
23. Omówić na przykładach stabilność i asymptotyczną stabilność Lapunowa. Udowodnić równoważność stabilności (asymptotycznej stabilności) dowolnego rozwiązania ze stabilnością (asymptotyczną stabilnością) zerowego rozwiązania stacjonarnego odpowiedniego układu skojarzonego. Zastosowanie do układów liniowych.
24. Twierdzenie Lapunowa. **Postać układu fundamentalnego X dla ULJ generowanego przez macierze P i e^{tJ} .**
25. Twierdzenie Grobmana-Hartmana. Funkcje Lapunowa, twierdzenie o związku funkcji Lapunowa ze stabilnością i asymptotyczną stabilnością.
26. Klasyfikacja punktów stacjonarnych dla ULJ dwóch równań o stałych współczynnikach (pokazać na rysunkach).
27. **Omówić metodę wyznaczania macierzy e^{tA} przy pomocy macierzy Jordana J . Udowodnić twierdzenia o postaci macierzy P i e^{tJ} w przypadku macierzy A diagonalizowalnej.**
28. **Twierdzenie o równoważności liniowej niezależności zbioru n rozwiązań RLJ n -tego rzędu z niezerowaniem się wzrońskianu (z dowodem).**
29. **Twierdzenie o równoważności liniowej niezależności zbioru n rozwiązań ULJ pierwszego rzędu z niezerowaniem się wzrońskianu (z dowodem).**
30. **Twierdzenia o istnieniu jedyne go rozwiązania PBJ i PBN (z dowodami).**

Lucjan Sapa