Chcemy pokazać, że $\boxed{A \le \| a - \bar{a} \|_{\Omega_{n,M}}}$.

Zał. (2) ma kroki:

$$\beta_{ii}(P) - h_i \sum_{\substack{j=1\\ j\ne i}}^{n} \frac{1}{h_j} \left| \beta_{ij}(P) \right| \ge \frac{h_i}{2} \left| \alpha_i(P) \right| \ge \pm \frac{h_i}{2} \alpha_i(P)$$

$\pm x \le |x|$

Zał. (2) ma kroki można więc zapisać w postaci równoważnej:

$$(2') \quad \pm \frac{h_i}{2} \alpha_i(P) + \beta_{ii}(P) - h_i \sum_{\substack{j=1\\ j\ne i}}^{n} \frac{1}{h_j} \left| \beta_{ij}(P) \right| \ge 0$$

Definiujemy liczby:

symetria β

$$S^{(0)}(P) = 1 - 2h_0 \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{h_i^2} \beta_{ii}(P) + h_0 \sum_{(i,j)\in\Gamma} \frac{1}{h_i h_j} \left| \beta_{ij}(P) \right| \overset{(1)\text{ na kroki}}{\ge} 0$$

$$S_+^{(i)}(P) = \frac{h_0}{2h_i} \alpha_i(P) + \frac{h_0}{h_i^2} \beta_{ii}(P) - h_0 \sum_{\substack{j=1\\ j\ne i}}^{n} \frac{1}{h_i h_j} \left| \beta_{ij}(P) \right| \overset{(2')\text{ na kroki}}{\ge} 0$$

$$S_-^{(i)}(P) = -\frac{h_0}{2h_i} \alpha_i(P) + \frac{h_0}{h_i^2} \beta_{ii}(P) - h_0 \sum_{\substack{j=1\\ j\ne i}}^{n} \frac{1}{h_i h_j} \left| \beta_{ij}(P) \right| \overset{(2')\text{ na kroki}}{\ge} 0$$

$i = 1, \dots, n$

Grupujemy składniki pod modułem w A; rozważamy wszystkie węzły w otoczeniu węzła $(t^{(k)}, x^{(m)})$, biorące udział w aproksymacji pochodnych:

$$A = S^{(0)}(P) \cdot (a - \bar{a})^{(k,m)} + \sum_{i=1}^{n} S_+^{(i)}(P) \cdot (a-\bar{a})^{(k, m+e_i)} + \sum_{i=1}^{n} S_-^{(i)}(P) (a-\bar{a})^{(k,m-e_i)}$$
$$+ h_0 \sum_{(i,j)\in\Gamma_+} \frac{1}{2h_i h_j} \beta_{ij}(P) \cdot \left[(a-\bar{a})^{(k, m+e_i+e_j)} + (a-\bar{a})^{(k, m-e_i-e_j)} \right] -$$
$$- h_0 \sum_{(i,j)\in\Gamma_-} \frac{1}{2h_i h_j} \beta_{ij}(P) \cdot \left[(a-\bar{a})^{(k, m+e_i-e_j)} + (a-\bar{a})^{(k, m-e_i+e_j)} \right]$$

Zauważmy, że:

$$|A| \le S^{(0)}(P)\cdot\left|(a-\bar{a})^{(\ell,m)}\right| + \sum_{i=1}^{n} S_+^{(i)}(P)\cdot\left|(a-\bar{a})^{(\ell,m+e_i)}\right| +$$

≥ 0 !

$$+ \sum_{i=1}^{n} S_-^{(i)}(P)\cdot\left|(a-\bar{a})^{(\ell,m-e_i)}\right| + h_0 \sum_{(i,j)\in\Gamma_+} \frac{1}{2h_ih_j}\beta_{ij}(P)\cdot$$

$$\left[\left|(a-\bar{a})^{(\ell,m+e_i+e_j)}\right| + \left|(a-\bar{a})^{(\ell,m-e_i-e_j)}\right|\right] -$$

≤ 0 !

$$- h_0 \sum_{(i,j)\in\Gamma_-} \frac{1}{2h_ih_j}\beta_{ij}(P)\cdot\left[\left|(a-\bar{a})^{(\ell,m+e_i-e_j)}\right| + \left|(a-\bar{a})^{(\ell,m-e_i+e_j)}\right|\right]$$

$$\le \left[S^{(0)}(P) + \sum_{i=1}^{n} S_+^{(i)}(P) + \sum_{i=1}^{n} S_-^{(i)}(P) + h_0 \sum_{(i,j)\in\Gamma_+}\frac{1}{h_ih_j}\beta_{ij}(P) - \right.$$

$$\left. - h_0 \sum_{(i,j)\in\Gamma_-}\frac{1}{h_ih_j}\beta_{ij}(P)\right]\cdot\|a-\bar{a}\|_{\Omega_{h,M}} = \|a-\bar{a}\|_{\Omega_{h,M}}$$

$\boxed{\text{to wyrażenie} = 1}$!

$\partial_{p_i} f(P) = \alpha_i(P)$

$\partial_{p_{ij}} f(P) = \beta_{ij}(P)$

$a = z,\ \bar{a} = \bar{z}$

To były dawniejsze moje wykłady !

BRUDNOPIS