

WMS, Matematyka, gr. 1
KOLOKWIUM Z RÓWNAŃ RÓŻNICZKOWYCH NR 1

1. Rozwiązać równanie

$$x' = \frac{t^2 x^2 + 1}{2t^2}.$$

2. Rozwiązać równanie

$$(x + \sin t \cos^2 tx) dt + (t + \sin x \cos^2 tx) dx = 0.$$

Wskazówka: można wykorzystać czynnik całkujący postaci $\mu = \mu(tx)$.

3. Rozwiązać równanie

$$2xx'' - 3(x')^2 = 4x^2.$$

4. *Definicja: Funkcję F zmiennych t, u_1, u_2, u_3 nazywamy dodatnio jednorodną względem zmiennych u_1, u_2, u_3 stopnia $m \in \mathbb{N}$, gdy*

$$F(t, ru_1, ru_2, ru_3) = r^m F(t, u_1, u_2, u_3), \quad r > 0.$$

Wykazać, że jeśli funkcja F jest jednorodna stopnia m według powyższej definicji, to równanie

$$F(t, x, x', x'') = 0$$

można przez podstawienie

$$x = e^y, \quad y = y(t)$$

sprowadzić do równania

$$G(t, y', y'') = 0,$$

gdzie $G = G(t, v_1, v_2)$ jest pewną funkcją. Znaleźć tę funkcję.

POWODZENIA!!!:)