

WMS, Matematyka, gr. 1
KOŁOKWIUM NR 1
WSTĘP DO RÓWNAŃ RÓŻNICZKOWYCH CZĄSTKOWYCH

1. Znaleźć rozwiązanie problemu początkowo-brzegowego

$$\begin{cases} u_{tt} = u_{xx} + x, & x \in (0, \pi), t > 0 \\ u(0, t) = 0, \quad u(\pi, t) = 0, & t > 0 \\ u(x, 0) = -\frac{1}{6}x^3, & x \in [0, \pi] \\ u_t(x, 0) = 1, & x \in [0, \pi] \end{cases}.$$

2. Wyznaczyć rozwiązanie ogólne równania

$$x(y^2 + u)u_x - y(x^2 + u)u_y = (x^2 - y^2)u.$$

3. Znaleźć, o ile istnieje, rozwiązanie równania

$$3yu_x - 2xu_y = 0$$

spełniające warunek:

- a) $u(x, y) = x^2$ na prostej $y = x$,
- b) $u(x, y) = 1$ na elipsie $2x^2 + 3y^2 = 4$,
- c) $u(x, y) = 2x$ na elipsie $2x^2 + 3y^2 = 4$.

4. Rozwiązać problem początkowy

$$x^2u_{xx} + y^2u_{yy} - 2xyu_{xy} + xu_x + yu_y = 0$$

$$u(1, y) = y^2, \quad u_x(1, y) = 2(y^2 + y).$$

POWODZENIA!!!:)