

Wydział Górnictwa i Geoinżynierii AGH
Zadania z Analizy matematycznej, III semestr
ZESTAW 2

Całki podwójne, zastosowania

1. Obliczyć $\int_D \int (4x - 3xy) dx dy$, gdzie D jest prostokątem o wierzchołkach w punktach $A = (-1, -1)$, $B = (2, -1)$, $C = (-1, 3)$, $D = (2, 3)$.
2. Obliczyć $\int_D \int x^2 y dx dy$, gdzie D jest wycinkiem pierścienia ograniczonego okręgami $x^2 + y^2 = 1$, $x^2 + y^2 = 9$, leżącym w czwartej ćwiartce układu współrzędnych.
3. Gęstość cienkiej płytki opisana jest wzorem $f(x, y) = xy$. Płytką ma kształt trójkąta o wierzchołkach w punktach $A = (0, 0)$, $B = (3, 1)$, $C = (2, 4)$. Obliczyć jej masę.
4. Obliczyć objętość bryły ograniczonej walcem $x^2 + y^2 = 4$ i płaszczyznami $0XY$, $0XZ$, $0YZ$, $x + y + z = 10$.
5. Obliczyć objętość bryły ograniczonej paraboloidą $z = \frac{1}{2}(x^2 + y^2)$ i płaszczyzną $z = 8$.
6. Obliczyć objętość bryły ograniczonej paraboloidą $z = 16 - (x^2 + y^2)$ i płaszczyzną $0XY$.
7. Obliczyć objętość bryły ograniczonej paraboloidą $z = 16 - (x^2 + y^2)$ i płaszczyznami $z = -9$, $z = 12$.
8. Obliczyć objętość bryły ograniczonej stożkiem $z^2 = \frac{1}{4}(x^2 + y^2)$ i płaszczyzną $z = 4$.
9. Obliczyć objętość bryły ograniczonej stożkiem $z^2 = x^2 + y^2$ i walcem $x^2 + y^2 = 9$.
10. Wyprowadzić wzór na objętość kuli $x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2$, $R = \text{const} > 0$.
11. Obliczyć objętość bryły ograniczonej powierzchniami $z = x^2 + y^2$ i $z = 8 - (x^2 + y^2)$.
12. Obliczyć objętość bryły ograniczonej powierzchniami $3z = -(x^2 + y^2)$ i $z^2 = x^2 + y^2$.
13. Obliczyć pole części powierzchni $2x + 2y + z = 8$ odciętej płaszczyznami: $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$.
14. Obliczyć pole części powierzchni $z = x^2 + y^2$ odciętej walcem $x^2 + y^2 = 9$.