

I Rok, Wydział Górnictwa i Geoinżynierii AGH

Jastrzębie Zdrój

Zadania z MATEMATYKI

ZESTAW 2

Dziedzina funkcji, cd.

1. Wyznaczyć dziedzinę funkcji:

a) $f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{\left|\frac{x-3}{x+4}\right|-2}} + \frac{x^2+2x+1}{\left|\frac{x}{x+5}\right|-1},$

b) $f(x) = \sqrt{3 - \left|\frac{x+2}{x-1}\right|} - \frac{x-2}{\sqrt{|x-1|-4}}.$

Pierwsza pochodna funkcji, styczna

1. Obliczyć pierwsze pochodne funkcji:

a) $y = 3x^5 + 2x^2 + 1,$ b) $y = \frac{x^2+x+1}{x^2-4},$ c) $y = \left(\frac{1}{x} + 1\right)^{10},$

d) $y = \sin^3 x - \cos(2x^2 + \sqrt{x}),$ e) $(1 + \sqrt[3]{x}) \operatorname{tg} 2x,$

f) $y = \sin(2x - 1) \cos(3x + 4),$ g) $y = \frac{\cos^2 4x}{x + \operatorname{ctg}(x^3+2)}.$

2. Napisać równanie stycznej do wykresu funkcji $f(x)$ w punkcie $P = (x_0, f(x_0))$:

a) $f(x) = x^2, \quad x_0 = -1,$ b) $f(x) = \frac{1}{x}, \quad x_0 = 3,$

c) $f(x) = \sqrt{x}, \quad x_0 = 1,$ d) $f(x) = \frac{x+2}{x^2+3}, \quad x_0 = 2.$

Ekstrema lokalne funkcji, monotoniczność

1. Wyznaczyć przedziały monotoniczności i ekstrema lokalne funkcji:

a) $y = -\frac{1}{3}x^3 + x^2 + 3x + 2,$ b) $y = -\frac{1}{3}x^3 - 5x^2 - 25x + 7,$

c) $y = \frac{1}{4}x^4 + 2x^3 + 6x^2 + 7x + 4,$ d) $y = -\frac{2}{3}x^3 + 2x^2 + 6x - 5,$

e) $y = \frac{1}{4}x^4 + x^3 - 2x^2 - 12x + 2,$ f) $y = \frac{x+3}{x-3},$

g) $y = \frac{x^2+2}{x^2-4},$ h) $y = \frac{(x-5)^2}{x},$ i) $y = \frac{2x+1}{1-x^2},$ j) $y = \frac{x^3}{x^2-4}.$

Punkty przegięcia wykresu funkcji, wypukłość i wklęsłość

1. Wyznaczyć przedziały wypukłości i wklęsłości funkcji oraz punkty przegięcia jej wykresu:

a) $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + x + 5,$ b) $y = \frac{1}{12}x^4 - \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 5x + 2,$

c) $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 3,$ d) $y = \frac{2x-3}{x+1},$

e) $y = \frac{1}{1+x^2},$ f) $y = \frac{x^2}{1-x},$ g) $y = \frac{x}{4-x^2}.$