

I Rok, Wydział Górnictwa i Geoinżynierii AGH

Jastrzębie Zdrój

Zadania z MATEMATYKI

ZESTAW 1

Równania i nierówności wykładnicze i logarytmiczne

1. Obliczyć: $\log_7 1$, $\log_7 7$, $\log_6 \sqrt{6}$, $\log_5 0.2$, $2^{\log_2 3}$, $27^{\log_3 2}$, $\frac{\log_6 125}{\log_6 5}$, $\log 2 + \log 50$, $\log_3 18 - \log_3 2$, $\log_2 11 + \log_2 6 - \log_2 33$.
2. Rozwiązać równania:
 - 2.1. $2^x + 2^{x-1} + 3 \cdot 2^{x-2} = 18$,
 - 2.2. $2^{x+1} = 4^x$,
 - 2.3. $3^x + 2^x = \frac{13}{4} \cdot 2^x$,
 - 2.4. $4^x - 5 \cdot 2^x + 4 = 0$,
 - 2.5. $\ln x = 2$,
 - 2.6. $9^{\log_3(x-3)} = 4$,
 - 2.7. $\log_2 x + \log_2 (x+1) - 1 = 0$,
 - 2.8. $\log (x^2 - 7x + 12) = \log (x-3) + 2$.
3. Rozwiązać nierówności:
 - 3.1. $2^{x+1} + 5 \cdot 2^{x-1} - 9 \leq 0$,
 - 3.2. $9^x - 4 \cdot 3^{x+1} + 27 > 0$,
 - 3.3. $-4^x + 2^x + 2 < 0$,
 - 3.4. $16^x + 3 \cdot 4^x + 2 < 0$,
 - 3.5. $\log_{\frac{1}{2}} x - \log_{\frac{1}{2}} (x+2) > 2$,
 - 3.6. $\log x + \log (x+1) \geq \log (x+2)$,
 - 3.7. $\log_2 \left(\log_{\frac{1}{2}} (x-4) \right) \leq 1$,
 - 3.8. $\log_x (x^2 - 4x + 3) > 1$.

Dziedzina funkcji cyklometrycznych

1. Wyznaczyć dziedzinę naturalną funkcji:
 - 1.1. $f(x) = \arcsin(2x+3)$,
 - 1.2. $f(x) = \arccos \frac{x}{x+1}$,
 - 1.3. $f(x) = \arccos \frac{1-x}{2+x} + \operatorname{arctg} \frac{1}{x^2-4}$,
 - 1.4. $f(x) = \operatorname{arctg} \log(4x-5)$,
 - 1.5. $f(x) = \arcsin \log_{\frac{1}{3}} \frac{x-2}{x+4}$,
 - 1.6. $f(x) = \log \arcsin 2x$.