

I Rok, Wydział Górnictwa i Geoinżynierii AGH
Jastrzębie Zdrój
Zadania z MATEMATYKI
ZESTAW 3

Macierze, układy równań liniowych

1. Dane są macierze:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & 4 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 3 & 5 & 0 \\ 4 & -1 & 7 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 2 \\ -1 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Obliczyć: $(A + 2B)C$, $(3A - 4B)C$, A^T , $B^T A$.

2. Obliczyć wyznaczniki następujących macierzy:

$$A = [2], \quad B = [5], \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 7 & -1 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -4 & 6 \end{bmatrix}, \quad E = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 \\ -4 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & -3 \end{bmatrix},$$
$$F = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 4 & 2 & 7 \\ 5 & -3 & 1 \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 3 \\ -1 & 4 & 2 & 5 \\ 0 & 1 & 6 & 7 \\ 2 & 3 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad H = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 6 & 7 \\ -2 & 3 & 4 & 1 \end{bmatrix},$$
$$K = \begin{bmatrix} 1 & -6 & 0 & 3 & 4 \\ 0 & 4 & 3 & 5 & -2 \\ 0 & 0 & 2 & 7 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 8 \end{bmatrix}.$$

3. Wyznaczyć macierze odwrotne, o ile istnieją, do macierzy:

$$A = [3], \quad B = [0], \quad C = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 4 & -6 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 8 \end{bmatrix}, \quad E = \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$
$$F = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & 4 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad H = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ -1 & 4 & 0 \\ 5 & 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

4. Rozwiązać układy równań liniowych:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & \begin{cases} x + y + 2z = 0 \\ 2x - 3y + 4z = 0 \\ 4x - 11y + 10z = 0 \end{cases}, & \text{b)} \quad & \begin{cases} x + y + 2z = -1 \\ 2x - y + 2z = -3 \\ 4x + y + 4z = -2 \end{cases}, & \text{c)} \quad & \begin{cases} 2x + y + z = 1 \\ 3x - y + 3z = 2 \\ x + y + z = 0 \\ x - y + z = 1 \end{cases}, \\ \text{d)} \quad & \begin{cases} 2x + y - z + u = 1 \\ y + 3z - 3u = 1 \\ x + y + z - u = 1 \end{cases}, & \text{e)} \quad & \begin{cases} x + 2y - z - u = 1 \\ x + y + z + 3u = 2 \\ 3x + 5y - z + u = 3 \end{cases}, & \text{f)} \quad & \begin{cases} x + y - 3z = -1 \\ x + y + z = 3 \\ 2x + y - 2z = 1 \\ x + 2y - 3z = 1 \end{cases}, \\ \text{g)} \quad & \begin{cases} 4x - 6y + 2z + 3t = 2 \\ 2x - 3y + 5z + 75t = 1 \\ 2x - 3y - 11z - 15t = 1 \end{cases}, & \text{h)} \quad & \begin{cases} x - u + v = 0 \\ -x + 2y + v = 1 \\ y + z + 3u - v = 2 \\ 2x - 2z + 3u + w = -1 \end{cases}. \end{aligned}$$

5. Rozwiązać równanie macierzowe $AX = B$, gdzie:

a) $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 5 & 2 & 3 \end{bmatrix}$,

b) $A = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$.

6. Rozwiązać równanie macierzowe $XA = B$, gdzie:

a) $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 5 & 2 & 3 \end{bmatrix}^T$,

b) $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}^T$.