

II Rok, Wydział Górnictwa i Geoinżynierii AGH
Jastrzębie Zdrój
Zadania z MATEMATYKI
ZESTAW 1

Ekstrema lokalne funkcji wielu zmiennych

1. $f(x, y) = x^2 - xy - y^2$
2. $f(x, y) = x^2 - 2xy + 2y^2 + 2x$
3. $f(x, y) = (y - x)^2 + (y + 2)^2$
4. $f(x, y) = x\sqrt{y+1} + y\sqrt{x+1}$
5. $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y - 6z$
6. $f(x, y, z) = x^3 + xy + y^2 - 2xz + 2z^2 + 3y - 1$
7. $f(x, y, z) = x^2 + 2y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z + 1$
8. $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - xy + x - 2z$

Teoria pola

1. Dane są pola skalarne:

- a) $f(x, y) = x^{10}y^4 + 5x^7y^3 - 4xy^2 + 1$,
- b) $f(x, y) = (4x - 5y^2)^{10}$,
- c) $f(x, y, z) = x^8y^3z^2 + xz^5 + y^4 - 5xyz$,
- d) $f(x, y, z) = x^5y^2 + 4xy^2z^3 - x^4 + 1$.

Obliczyć gradient - ∇f i laplasjan - Δf .

2. Dane są pola wektorowe:

- a) $w(x, y) = (x^2y^3, 2x - 3y)$,
- b) $w(x, y) = (e^{xy} + \sin(4x^2 + y^3), \cos(x^4y^5))$,
- c) $w(x, y, z) = (5x + 2y - 3z, x^2y^4, xyz - 1)$,
- d) $w(x, y, z) = (\ln(xyz), x + y^2 + z^3, x^2y^4z^6 + 3)$.

Obliczyć rotację - $\text{rot} w$ i dywergencję - $\text{div} w$.