

Wydział Energetyki i Paliw AGH, Technologia Chemiczna

Zadania z MATEMATYKI

ZESTAW 12

Geometria analityczna

- Dane są wektory $\vec{u} = -2\hat{i} + 4\hat{j} + 3\hat{k}$, $\vec{v} = \hat{i} - 2\hat{j} + 5\hat{k}$.
 - Sprawdzić równoległość i prostopadłość wektorów $\vec{u}$ i $\vec{v}$,
 - obliczyć długości tych wektorów,
 - znaleźć współrzędne wektora $3\vec{u} - 2\vec{v}$.
- Zbadać, czy wektory $\vec{u} = [1, 2, 3]$, $\vec{v} = [-1, 0, 4]$, $\vec{w} = [0, -2, 6]$ są współpłaszczyznowe.
 - Zbadać, czy punkty $A = (1, 0, 2)$, $B = (5, 1, 5)$, $C = (3, -1, 2)$, $D = (1, 3, 5)$ leżą na jednej płaszczyźnie.
 - Sprawdzić, czy punkty $A = (1, 0, 2)$, $B = (5, 1, 5)$, $C = (3, -1, 2)$ leżą na jednej prostej.
- Dane są wektory $\vec{u} = [-1, 0, 4]$, $\vec{v} = [-4, -2, 0]$. Wyznaczyć sinus, cosinus, tangens i cotangens kąta zawartego między tymi wektorami.
- Obliczyć pole równoległoboku i trójkąta rozpiętych na wektorach z poprzedniego zadania.
- Dane są punkty $A = (3, -1, 2)$, $B = (5, 1, 4)$, $C = (0, 2, 5)$, $D = (-2, 0, 6)$. Obliczyć objętość czworościanu $ABCD$ i pole trójkąta ABC .
- Obliczyć objętość i pole powierzchni równoległościanu i czworościanu rozpiętych na wektorach $\vec{u} = [1, 5, -3]$, $\vec{v} = [2, 3, -1]$, $\vec{w} = [2, -4, 1]$.
- Wyznaczyć równanie ogólne płaszczyzny przechodzącej przez punkty $P_1 = (2, -2, 4)$, $P_2 = (-3, 1, 6)$, $P_3 = (-1, 3, 4)$.
- Napisać równania ogólne płaszczyzn spełniających podane warunki:
 - płaszczyzna przechodzi przez punkt $P = (1, -2, 0)$ i jest prostopadła do wektora $\vec{n} = [0, -3, 2]$,
 - płaszczyzna przechodzi przez punkty $P_1 = (1, -3, 4)$, $P_2 = (2, 0, -1)$ oraz jest prostopadła do płaszczyzny $0xz$,
 - płaszczyzna przechodzi przez punkt $P = (1, -1, 3)$ oraz jest równoległa do wektorów $\vec{u} = [1, 1, 0]$, $\vec{v} = [0, 1, 1]$,
 - płaszczyzna przechodzi przez punkt $P = (0, 3, 0)$ i jest równoległa do płaszczyzny $\pi : 3x - y + 2 = 0$,
 - płaszczyzna przechodzi przez punkt $P = (2, 1, -3)$ i jest prostopadła do płaszczyzn $\pi_1 : x + y = 0$, $\pi_2 : y - z = 0$.
- Wyznaczyć równanie kierunkowe prostej przechodzącej przez punkty $P_1 = (1, -2, 3)$, $P_2 = (-2, 2, 6)$.

10. Napisać równania kierunkowe prostych spełniających podane warunki:

- a) prosta przechodzi przez punkt $P = (-3, 5, 2)$ i jest równoległa do wektora $\vec{u} = [2, -1, 3]$,
- b) prosta przechodzi przez punkt $P = (0, -2, 3)$ i jest prostopadła do płaszczyzny $\pi : 3x - y + 2z - 6 = 0$,
- c) prosta przechodzi przez punkt $P = (7, 2, 0)$ i jest prostopadła do wektorów $\vec{u} = [2, 0, -3]$, $\vec{v} = [-1, 2, 0]$,
- d) prosta jest częścią wspólną płaszczyzn $\pi_1 : x + 2z - 4 = 0$, $\pi_2 : x - y + 6 = 0$.