



Równania różniczkowe zwyczajne Sylabus modułu zajęć

Informacje podstawowe

Kierunek studiów Matematyka	Cykl dydaktyczny 2022/2023	
Specjalność -	Kod przedmiotu MSMATS.I4K.61e34ea8441e8.22	
Jednostka organizacyjna Wydział Matematyki Stosowanej	Języki wykładowe Polski	
Poziom kształcenia studia licencjackie I stopnia	Obligatoryjność Obowiązkowy	
Forma studiów Stacjonarne	Blok zajęciowy przedmioty kierunkowe	
Profil studiów Ogólnoakademicki	Przedmiot powiązany z badaniami naukowymi Tak	
Koordinator przedmiotu	Lucjan Sapa	
Prowadzący zajęcia	Lucjan Sapa, Mirosław Luśtyk, Tomasz Zabawa	
Okres Semestr 3	Forma weryfikacji uzyskanych efektów uczenia się Egzamin	Liczba punktów ECTS 6.0
	Forma prowadzenia i godziny zajęć Wykład: 30, Ćwiczenia audytoryjne: 30	

Cele kształcenia dla przedmiotu

C1	Przekazanie podstawowej wiedzy z zakresu teorii równań różniczkowych zwyczajnych.
----	---

Efekty uczenia się dla przedmiotu

Kod	Efekty w zakresie	Kierunkowe efekty uczenia się	Metody weryfikacji
Wiedzy - Student zna i rozumie:			
W1	Zna podstawowe pojęcia, twierdzenia, przykłady i zastosowania z zakresu równań różniczkowych zwyczajnych.	MAT1A_W01, MAT1A_W02, MAT1A_W04, MAT1A_W07	Aktywność na zajęciach, Kolokwium, Egzamin, Odpowiedź ustna
Umiejętności - Student potrafi:			
U1	Umie rozwiązywać podstawowe typy równań różniczkowych zwyczajnych pierwszego rzędu: o zmiennych rozdzielonych, jednorodne, wymierne, liniowe, Bernoulliego, zupełne (wyznaczanie czynnika całkującego), Clairauta, Lagrange'a, Riccatiego. Umie rozwiązywać równania drugiego rzędu sprowadzalne do równań pierwszego rzędu.	MAT1A_U01, MAT1A_U21	Aktywność na zajęciach, Kolokwium, Egzamin, Odpowiedź ustna
U2	Umie określić własności geometryczne i stabilność rozwiązań liniowych i nieliniowych układów równań różniczkowych zwyczajnych pierwszego rzędu oraz równań n-tego rzędu.	MAT1A_U22	Aktywność na zajęciach, Kolokwium, Egzamin, Odpowiedź ustna
U3	Umie rozwiązywać równania różniczkowe liniowe n-tego rzędu oraz układy liniowych równań różniczkowych zwyczajnych pierwszego rzędu. Zna różne metody znajdowania rozwiązań.	MAT1A_U19, MAT1A_U21	Aktywność na zajęciach, Kolokwium, Egzamin, Odpowiedź ustna
U4	Umie stosować twierdzenia o istnieniu, jednoznaczności i podstawowych własnościach rozwiązań problemu Cauchy'ego do konkretnych równań.	MAT1A_U01	Aktywność na zajęciach, Kolokwium, Egzamin, Odpowiedź ustna
U5	Potrafi rozwiązywać i analizować problemy brzegowe dla liniowych równań drugiego rzędu. Umie poszukiwać rozwiązań niektórych fizycznych równań tego typu w postaci szeregu potęgowego.	MAT1A_U01, MAT1A_U36	Aktywność na zajęciach, Kolokwium, Egzamin, Odpowiedź ustna
Kompetencji społecznych - Student jest gotów do:			
K1	Rozumie potrzebę dokształcania się oraz podnoszenia swoich kompetencji zawodowych i osobistych.	MAT1A_K01	Aktywność na zajęciach, Kolokwium, Egzamin, Odpowiedź ustna
K2	Potrafi formułować pytania służące lepszemu zrozumieniu danego tematu oraz studiować fachową literaturę.	MAT1A_K02, MAT1A_K06	Aktywność na zajęciach, Kolokwium, Egzamin, Odpowiedź ustna

Treści programowe zapewniające uzyskanie efektów uczenia się dla modułu zajęć

Podstawowe typy równań różniczkowych zwyczajnych. Układy równań różniczkowych zwyczajnych. Stabilność i asymptotyczna stabilność rozwiązań. Istnienie, jednoznaczność i własności rozwiązań problemu Cauchy'ego. Liniowe problemy brzegowe i ich własności. Zastosowania.

Bilans punktów ECTS

Rodzaje zajęć studenta	Średnia liczba godzin* przeznaczonych na zrealizowane aktywności
Wykład	30

Ćwiczenia audytoryjne	30
Przygotowanie do zajęć	30
Samodzielne studiowanie tematyki zajęć	53
Egzamin lub kolokwium zaliczeniowe	2
Dodatkowe godziny kontaktowe	5
Łączny nakład pracy studenta	Liczba godzin 150
Liczba godzin kontaktowych	Liczba godzin 60

* godzina (lekcyjna) oznacza 45 minut

Treści programowe

Lp.	Treści programowe	Efekty uczenia się dla przedmiotu	Formy prowadzenia zajęć
-----	-------------------	-----------------------------------	-------------------------

1.	<p>1. Przykłady zagadnień prowadzących do równań różniczkowych zwyczajnych. Definicja równania różniczkowego zwyczajnego n-tego rzędu i jego rozwiązania. Definicja rozwiązania szczególnego, ogólnego i osobliwego. Definicja problemu Cauchy'ego. Podstawowe zadania teorii równań różniczkowych. Analog do układów równań różniczkowych. Sprowadzanie równania różniczkowego n-tego rzędu do układu n równań różniczkowych pierwszego rzędu.</p> <p>2. Podstawowe typy całkowalnych równań różniczkowych zwyczajnych pierwszego rzędu: równanie o zmiennych rozdzielonych, równanie jednorodne, równanie wymierne, równanie liniowe, równanie Bernoulliego, równanie zupełne – czynnik całkujący, równanie Clairauta, równanie Lagrange'a, równanie Riccatiego. Równania drugiego rzędu sprowadzalne do równań pierwszego rzędu.</p> <p>3. Twierdzenia o istnieniu oraz istnieniu i jednoznaczności rozwiązania (lokalnego i globalnego) problemu Cauchy'ego: twierdzenie Peana, twierdzenie Picarda. Twierdzenie o maksymalnym przedziale istnienia rozwiązania zagadnienia Cauchy'ego i osiągnięciu brzegu.</p> <p>4. Równania różniczkowe liniowe n-tego rzędu. Definicja wrońska. Twierdzenie Liouville'a. Definicja układu fundamentalnego rozwiązań i jego własności. Twierdzenia o rozwiązaniu ogólnym równania jednorodnego i niejednorodnego. Metoda uzmienniania stałych. Równania różniczkowe liniowe n-tego rzędu o stałych współczynnikach. Równanie charakterystyczne. Metoda przewidywania.</p> <p>5. Układy n równań różniczkowych liniowych pierwszego rzędu. Definicja układu fundamentalnego rozwiązań i jego własności. Twierdzenie Abela. Twierdzenia o rozwiązaniu ogólnym układu jednorodnego i niejednorodnego. Metoda uzmienniania stałych. Układy różniczkowe liniowe n-tego rzędu o stałych współczynnikach. Równanie charakterystyczne. Rozwiązywanie metodą sprowadzania macierzy do postaci Jordana, metodą wielomianu minimalnego oraz przy pomocy algorytmu Putzera.</p> <p>6. Podstawowe twierdzenia porównawcze – zastosowania. Lemat Gronwalla w wersji całkowitej i różniczkowej. Twierdzenie o ciągłej zależności rozwiązania problemu Cauchy'ego od warunku początkowego i prawej strony równania.</p> <p>7. Stabilność i asymptotyczna stabilność rozwiązań w sensie Lapunowa. Twierdzenie Lapunowa dla jednorodnych układów liniowych pierwszego rzędu o stałych współczynnikach. Linearyzacja, twierdzenie Grobmana-Hartmana dla układów nieliniowych pierwszego rzędu. Zastosowanie kryterium Hurwitza i kryterium Routha. Funkcje Lapunowa.</p> <p>8. Punkty stacjonarne (krytyczne) i ich klasyfikacja w przypadku liniowym na płaszczyźnie. Portrety fazowe. Zbiory graniczne i cykle graniczne na przykładach.</p> <p>9. Problemy brzegowe dla liniowych równań różniczkowych drugiego rzędu. Zagadnienie Sturm-Liouville'a i jego własności.</p> <p>10. Poszukiwanie rozwiązań równań różniczkowych w postaci szeregu potęgowego. Twierdzenie Cauchy'ego-Kowalewskiej. Osobliwe punkty regularne równań drugiego rzędu. Metoda Frobeniusa.</p>	W1, U1, U2, U3, U4, U5, K1, K2	Wykład
2.	Program ćwiczeń zgodny z programem wykładów.	W1, U1, U2, U3, U4, U5, K1, K2	Ćwiczenia audytoryjne

Informacje rozszerzone

Metody i techniki kształcenia:

Wykonanie ćwiczeń tablicowych, Burza mózgów, Metoda pracy w grupie, Dyskusja, Prace kontrolne i przejściowe, Wykład tablicowy

Rodzaj zajęć	Sposób weryfikacji i oceny efektów uczenia się	Warunki zaliczenia przedmiotu
Wykład	Egzamin	
Ćwiczenia audytoryjne	Aktywność na zajęciach, Kolokwium, Odpowiedź ustna	

Warunki i sposób zaliczenia poszczególnych form zajęć, w tym zasady zaliczeń poprawkowych, a także warunki dopuszczenia do egzaminu

Dwa terminy zaliczeń poprawkowych są skorelowane czasowo z egzaminami poprawkowymi.

Sposób obliczania oceny końcowej

Przewidywany jest egzamin pisemny i egzamin ustny. Ocena końcowa to średnia z zaliczenia i egzaminu. Jeśli student zda w I terminie, to ocena końcowa nie jest niższa od oceny z tego egzaminu.

Sposób i tryb wyrównywania zaległości powstałych wskutek nieobecności studenta na zajęciach

Na ćwiczeniach można mieć co najwyżej dwie nieobecności nieusprawiedliwione. W przeciwnym razie student powinien zgłosić się do prowadzącego w celu ustalenia indywidualnego sposobu zaliczenia zaległości.

Zasady udziału w poszczególnych zajęciach, ze wskazaniem, czy obecność studenta na zajęciach jest obowiązkowa

Obecność na ćwiczeniach jest obowiązkowa.

Wykład: Studenci uczestniczą w zajęciach, poznając kolejne treści nauczania zgodnie z sylabusem przedmiotu. Studenci winni na bieżąco zadawać pytania i wyjaśniać wątpliwości.

Ćwiczenia audytoryjne: Studenci przystępując do ćwiczeń są zobowiązani do przygotowania się w zakresie wskazanym każdorazowo przez prowadzącego (np. w formie zestawów zadań). Ocena pracy studenta może bazować na wypowiedziach ustnych lub pisemnych w formie kolokwium, co zgodnie z regulaminem studiów AGH przekłada się na ocenę końcową z tej formy zajęć.

Literatura

Obowiązkowa

1. N.M. Matwiejew, Zadania z równań różniczkowych zwyczajnych, PWN, Warszawa 1974.
2. J. Myjak, Równania różniczkowe, Wydawnictwa AGH, Kraków 2016.
3. J. Ombach, Wykłady z równań różniczkowych wspomaganie komputerowo - Maple, Wydawnictwa UJ, Kraków 1999.
4. A. Pelczar, J. Szarski, Wstęp do równań różniczkowych zwyczajnych, t.I, PWN, Warszawa 1984.
5. A. Pelczar, Wstęp do teorii równań różniczkowych zwyczajnych, t.II, PWN, Warszawa 1989.

Dodatkowa

1. A.F. Filippow, Zbiór zadań z równań różniczkowych, Izd. Nauka, Moskwa 2004.
2. M. Gewert, Z. Skoczylas, Równania różniczkowe zwyczajne. Teoria, przykłady, zadania, GiS, Wrocław 2016.
3. P. Hartman, Ordinary Differential Equations, Siam, Philadelphia 2002.
4. W. Kryszicki, L. Włodarski, Analiza matematyczna w zadaniach. Część 2, PWN, Warszawa 2020.
5. A. Palczewski, Równania różniczkowe zwyczajne, WNT, Warszawa 1999.

Badania i publikacje

Publikacje

1. L. Sapa, Parabolic-elliptic system modeling biological ion channels, *Journal of Differential Equations* 291 (2021), 1-26.
2. L. Sapa, B. Bożek, M. Danielewski, Existence, uniqueness and properties of global weak solutions to interdiffusion with Vegard rule, *Topological Methods in Nonlinear Analysis* 52 (2018), 423-448.
3. L. Sapa, Global existence and uniqueness of a classical solution to some differential evolutionary system, *Rocky Mountain Journal of Mathematics* 47 (2017), 2365-2394.
4. R. Filipek, P. Kalita, L. Sapa, K. Szyszkiewicz, On local weak solutions to Nernst-Planck-Poisson system, *Applicable Analysis* 96 (2017), 2316-2332.
5. L. Sapa, Existence, uniqueness and estimates of classical solutions to some evolutionary system, *Opuscula Mathematica* 35 (2015), 935-956.
6. L. Sapa, Existence and uniqueness of a classical solution of Fourier's first problem for nonlinear parabolic-elliptic systems, *Universitatis Iagellonicae Acta Mathematica* 44 (2006), 83-95.

Kierunkowe efekty uczenia się

Kod	Treść
MAT1A_K01	zna ograniczenia własnej wiedzy i rozumie potrzebę dalszego kształcenia
MAT1A_K02	potrafi precyzyjnie formułować pytania, służące pogłębieniu własnego zrozumienia danego tematu lub odnalezieniu brakujących elementów rozumowania
MAT1A_K06	potrafi samodzielnie wyszukiwać informacje w literaturze, także w językach obcych
MAT1A_U01	potrafi w sposób zrozumiały, w mowie i na piśmie, przedstawiać poprawne rozumowania matematyczne, formułować twierdzenia i definicje
MAT1A_U19	rozwiązuje układy równań liniowych o stałych współczynnikach; potrafi posłużyć się geometryczną interpretacją rozwiązań
MAT1A_U21	sprowadza macierze do postaci kanonicznej; potrafi zastosować tę umiejętność do rozwiązywania równań różniczkowych liniowych o stałych współczynnikach
MAT1A_U22	potrafi zinterpretować układ równań różniczkowych zwyczajnych w języku geometrycznym, stosując pojęcie pola wektorowego i przestrzeni fazowej
MAT1A_U36	potrafi mówić o zagadnieniach matematycznych zrozumiałym, potocznym językiem
MAT1A_W01	rozumie cywilizacyjne znaczenie matematyki i jej zastosowań
MAT1A_W02	dobrze rozumie rolę i znaczenie dowodu w matematyce, a także pojęcie istotności założeń
MAT1A_W04	zna podstawowe twierdzenia z poznanych działów matematyki
MAT1A_W07	zna podstawy rachunku różniczkowego i całkowego funkcji jednej i wielu zmiennych, a także wykorzystywane w nim inne gałęzie matematyki, ze szczególnym uwzględnieniem algebry liniowej i topologii