

AKADEMIA GÓRNICZO - HUTNICZA
WYDZIAŁ IMiR
ZADANIA Z MATEMATYKI DLA ROKU I
ZESTAW IV / SEMESTR II

1. Znaleźć wektor jednostkowy \mathbf{a} równoległy do wektora $\mathbf{A}[6,7,-6]$.
2. Znaleźć odległość między punktami $A(-2,1,3)$ i $B(0,-1,2)$ oraz kierunek łączącej je prostej.
3. Obliczyć iloczyn skalarny wektorów : $\mathbf{v} = 4\mathbf{i} + 7\mathbf{j} + 3\mathbf{k}$ oraz $\mathbf{w} = 3\mathbf{i} - 5\mathbf{j} + \mathbf{k}$.
4. Sprawdzić, że czworokąt o wierzchołkach : $A(5,2,6)$, $B(6,4,4)$, $C(4,3,2)$ i $D(3,1,4)$ jest kwadratem.
5. Znaleźć wartość liczbową skalaru $a^2 + 3(\mathbf{ab}) - 2(\mathbf{bc}) + 1$, biorąc $\mathbf{a} = 4\mathbf{m} - \mathbf{n}$,
 $\mathbf{b} = \mathbf{m} + 2\mathbf{n}$, $\mathbf{c} = 2\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$, gdzie $m^2 = 4$, $n^2 = 1$ i $\rho(\mathbf{m}, \mathbf{n}) = \frac{\pi}{2}$.
6. Obliczyć pole trójkąta o wierzchołkach : $A(-1,0,-1)$, $B(0,2,-3)$ i $C(4,4,1)$.
7. Obliczyć objętość równoległościanu zbudowanego na wektorach ;
 $\mathbf{u}[3,1,-2]$, $\mathbf{v}[-4,0,3]$ i $\mathbf{w}[1,5,-1]$.
8. Napisać równanie płaszczyzny przechodzącej przez punkt $A(1,3,-2)$ mając dany wektor prostopadły do tej płaszczyzny $\mathbf{n}[3,-1,2]$.
9. Dane są dwa punkty $A(1,-5,4)$ i $B(-4,3,2)$. Znaleźć równanie płaszczyzny przechodzącej przez punkt A i prostopadłej do wektora \overrightarrow{AB} .
10. Znaleźć równanie płaszczyzny przechodzącej przez trzy punkty : $A(0,0,2)$, $B(4,0,1)$ i $C(2,1,2)$.
11. Napisać równanie płaszczyzny przechodzącej przez punkt $A(-1,5,7)$ i równoległej do płaszczyzny $2x - y + 5z - 1 = 0$.
12. Obliczyć odległość między równoległymi płaszczyznami :
 $30x - 32y + 24z - 75 = 0$ i $15x - 16y + 12z - 25 = 0$.
13. Dana jest prosta :
$$\begin{cases} 6x + 2y - z - 9 = 0 \\ 3x + 2y + 2z - 12 = 0 \end{cases}$$
Zapisać jej równanie w postaci parametrycznej i kanonicznej.
14. Napisać równanie prostej przechodzącej przez punkty $A(1,2,-3)$ i $B(2,1,1)$.
15. Znaleźć kąt między prostymi przechodzącymi odpowiednio przez punkty :
 $A(2,0,-1)$, $B(1,-2,3)$ oraz $C(-1,2,1)$, $D(3,1,3)$.
16. Napisać równanie prostej przechodzącej przez początek układu współrzędnych i przez punkt przecięcia prostych :
$$l_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{3} \quad \text{oraz} \quad l_2: \frac{x+1}{1} = \frac{y+11}{2} = \frac{z+1}{1}$$
17. Znaleźć punkt B symetryczny do punktu $A(4,3,10)$ względem prostej :
 $x = 3t$, $y = 5t - 7$, $z = 2t + 2$.
18. Znaleźć punkt symetryczny do punktu $A(5, 2, -1)$ względem płaszczyzny
 $2x - y + 3z + 23 = 0$.
19. Znaleźć równanie płaszczyzny, w której leżą proste :
a) $l_1: x = y = z$ i $l_2: 2x = y = -z$.
20. Znaleźć rzut prostej $\frac{x-3}{5} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-4}{1}$ na płaszczyznę $2x - 2y + 3z - 5 = 0$