

AKADEMIA GÓRNICZO – HUTNICZA
WYDZIAŁ IMiR
ZADANIA Z MATEMATYKI DLA ROKU I
ZESTAW VI / SEMESTR II

1 . Wyznaczyć dziedziny podanych niżej funkcji :

a) $z = \sqrt{a^2 - x^2 - y^2}$, b) $z = \sqrt{xy}$, c) $z = \frac{1}{\sqrt{4 - x^2 - y^2}}$

d) $z = \frac{xy}{y-x}$, e) $z = x + \sqrt{x^2 - y^2}$, f) $z = \arcsin \frac{y-1}{x}$, g) $z = \sqrt{x \sin y}$.

2 . Wykazać , że dla $x \rightarrow 0$ i $y \rightarrow 0$ funkcja $u = \frac{y}{x-y}$ może dążyć do różnych

wartości liczbowych . Podać przykłady takiego sposobu dążenia punktu (x, y) do punktu $(0, 0)$, dla którego: $\lim u = 3$, $\lim u = 2$, $\lim u = 1$, $\lim u = 0$, $\lim u = -2$.

3 . Wykazać , że :

a) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{2 - \sqrt{xy+4}}{xy} = -\frac{1}{4}$, b) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin(xy)}{xy} = 1$, c) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin(xy)}{x} = 0$.

4 . Narysować obraz geometryczny funkcji :

$$z = F(x, y) = \begin{cases} 1, & \text{gd}yxy > 0 \\ 0, & \text{gd}yxy = 0 \\ -1, & \text{gd}yxy < 0 \end{cases}$$

i pokazać na nim linie nieciągłości funkcji .

5 . Obliczyć pochodne cząstkowe rzędu pierwszego następujących funkcji :

a) $z = (5x^2y - y^3 + 7)^3$, b) $z = x\sqrt{y} + \frac{y}{\sqrt[3]{x}}$, c) $z = \ln(x + \sqrt{x^2 + y^2})$, d) $z = e^{-\frac{x}{y}}$

f) $z = \arcsin \frac{\sqrt{x^2 - y^2}}{\sqrt{x^2 + y^2}}$, g) $z = \operatorname{Intg} \frac{x}{y}$, h) $z = 2 \sqrt{\frac{1 - \sqrt{xy}}{1 + \sqrt{xy}}}$, i) $z = xy e^{\sin xy \pi}$,

j) $z = x + y - \sqrt{x^2 + y^2}$ w punkcie $(3,4)$, k) $z = \sqrt{1 - \left(\frac{x+y}{xy}\right)^2} + \arcsin \frac{x+y}{xy}$.

6 . Jaki kąt tworzy z dodatnim kierunkiem osi Oy styczna do krzywej :

$z = \sqrt{1 + x^2 + y^2}$, $x = 1$ w punkcie $(1, 1, \sqrt{3})$?

7 . Powierzchnię $z = x^2 + 2x + 3y - 4$ przecięto płaszczyzną $y = 1$. Znaleźć równanie krzywej przecięcia i równanie stycznej do krzywej przecięcia w punkcie , którego współrzędna $x = 1$.

8 . Pod jakim kątem przecinają się krzywe płaskie otrzymane z przecięcia się

powierzchni $z = x^2 + \frac{y^2}{6}$ i $z = \frac{x^2 + y^2}{3}$ z płaszczyzną $y = 2$?