AKADEMIA GÓRNICZO – HUTNICZA
WYDZIAŁ IMiR
ZADANIA Z MATEMATYKI DLA ROKU I
ZESTAW IX / SEMESTR II

1 . Obliczyć całki podwójne po zadanych prostokątach :

a) $\iint\limits_D e^{x+y}dxdy$, gdzie $D=\{(x,y):0\le x\le 1, 0\le y\le 2\}$

b) $\iint\limits_D \frac{x^2}{1+y^2}dxdy$, gdzie $D=\{(x,y):0\le x\le 1, 0\le y\le 1\}$

c) $\iint\limits_D x\sin(x+y)dxdy$, gdzie $D=\left\{(x,y):0\le x\le \pi, 0\le y\le \frac{\pi}{2}\right\}$

d) $\iint\limits_D x^2ye^{xy}dxdy$, gdzie $D=\{(x,y):0\le x\le 1, 0\le y\le 2\}$.

2 . Całkę podwójną $\iint\limits_D f(x,y)dxdy$ zamienić na całkę iterowaną , jeśli obszar D jest :

a) równoległobokiem ograniczonym prostymi : x = 3 , x = 5 , 3x - 2y + 4 = 0 , 3x - 2y + 1 = 0

b) $D=\{(x,y):x^2+y^2\le 1, x\ge 0, y\ge 0\}$

c) $D=\{(x,y):y\ge x^2, y\le 4-x^2\}$

d) trójkątem o bokach y = x , y = 2x , x + y = 6 .

3. W podanych całkach zmienić kolejność całkowania :

a) $\int\limits_{-1}^{1}dx\int\limits_{0}^{\sqrt{1-x^2}}f(x,y)dy$, b) $\int\limits_{0}^{1}dx\int\limits_{y}^{\sqrt{y}}f(x,y)dy$, c) $\int\limits_{0}^{r}dx\int\limits_{x}^{\sqrt{2rx-x^2}}f(x,y)dy$.

4 . Obliczyć całki :

a) $\iint\limits_D xydxdy$, gdzie D jest trójkątem o wierzchołkach : O(0,0) , A(4,0) , B(0,6)

b) $\iint\limits_D xy^2dxdy$, gdzie D jest obszarem ograniczonym liniami o równaniach :

$y=x^2$ i y + x = 2

c) $\iint\limits_D \frac{x^2}{y^2}dxdy$, gdzie obszar D jest ograniczony liniami o równaniach : xy = 1 , y = 4x oraz x = 3 .

5 . Obliczyć całki potrójne :

a) $\iiint\limits_V (x+y+z)dxdydz$, gdzie $V=\{(x,y,z):0\le x\le a, 0\le y\le b, 0\le z\le c\}$

b) $\int\limits_0^a dx\int\limits_0^x dy\int\limits_0^y xyzdz$,   c) $\int\limits_0^a dz\int\limits_0^x dy\int\limits_0^{xy} x^3y^2zdz$,

d) $\iiint\limits_V \frac{dxdydz}{(1+x+y+z)^3}$, gdzie V jest ograniczony powierzchniami : x + y + z = 1,

oraz x = 0 , y = 0 , z = 0

e) $\iiint\limits_V xyzdxdydz$, gdzie V jest ograniczony powierzchniami : $x^2+y^2+z^2=1$,

oraz x = 0 , y = 0 , z = 0

f) $\iiint\limits_V y\cos(x+z)dxdydz$, gdzie obszar V ograniczony jest cylindrem $y=\sqrt{x}$

i płaszczyznami : y = 0 , z = 0 oraz $x+z=\frac{\pi}{2}$.