

AKADEMIA GÓRNICZO – HUTNICZA
WYDZIAŁ IMiR
ZADANIA Z MATEMATYKI DLA ROKU I
ZESTAW XI / SEMESTR II

1 . Obliczyć całkę krzywoliniową :

- a) $\int_L \frac{ds}{x-y}$, gdzie L jest odcinkiem prostej $y = \frac{1}{2}x - 2$ zawartym między punktami A(0,-2) i B(4,0)
- b) $\int_L xy ds$, gdzie L jest konturem prostokąta o wierzchołkach A(0,0) , B(4,0), C(4,2) , D(0,2)
- c) $\int_L (x^2 + y^2)^3 ds$, gdzie L jest okręgiem : $x = a \cos t$, $y = a \sin t$
- d) $\int_L \frac{z^2 ds}{x^2 + y^2}$, gdzie L jest pierwszym zwojem linii śrubowej : $x = a \cos t$,
 $y = a \sin t$, $z = at$.

2 . Obliczyć pole części walca $x^2 + y^2 = R^2$ zawartej między

- płaszczyzną Oxy i powierzchnią o równaniu a) $z = R + \frac{x^2}{R}$
 b) $2Rz = xy$.

3 . Obliczyć następujące całki krzywoliniowe :

- a) $\int_L x dy$, gdzie L jest konturem trójkąta , którego bokami są osie układu współrzędnych i prosta $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$, w kierunku przeciwnym do ruchu wskazówek zegara
- b) $\int_L (x^2 - y^2) dx$, gdzie L jest łukiem paraboli $y = x^2$ między punktami A(0,0) i B(2,4)
- c) $\int_{(0,0)}^{(1,1)} xy dx + (y-x) dy$ oraz $\int_{(0,0)}^{(1,1)} 2xy + x^2 dy$ wzdłuż linii :
 1) $y = x$, 2) $y = x^2$, 3) $y = x^3$, 4) $y^2 = x$
- d) $\int_L \frac{y^2 dx - x^2 dy}{x^2 + y^2}$, gdzie L jest częścią okręgu : $x = a \cos t$, $y = a \sin t$
 dla $t \in \langle 0, \pi \rangle$