AKADEMIA GÓRNICZO – HUTNICZA
WYDZIAŁ IMiR
ZADANIA Z MATEMATYKI DLA ROKU I
ZESTAW XIII / SEMESTR II

1 . Znaleźć całkę ogólną , a następnie całkę szczególną równania różniczkowego , spełniającą podany obok warunek początkowy :

a) $\frac{dy}{dx} = \sin x$, $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$

b) $\frac{dy}{dx} = e^{-x}$, $y(1) = 1$

c) $\frac{dy}{dz} = x^3 - 3x^2 + x - 1$, $y(-1) = -2$.

2 . Wykazać , że podana funkcja jest całką szczególną danego równania różniczkowego w pewnym zbiorze liczb :

a) $y = \frac{\sin x}{x}$; $xy' + y = \cos x$

b) $y = x\sqrt{1-x^2}$; $yy' = x - 2x^3$

c) $y = \frac{3}{\cos x}$; $y' - ytgx = 0$.

3 . Dany jest wzór określający rodzinę funkcji oraz równanie różniczkowe :

a) $y = \frac{-1}{4x + C}$; $y' = 4y^2$

b) $y = \ln\left(C + 2e^x\right)$; $y' = 2e^{x-y}$

c) $y = \sqrt{2x^2 + Cx}$; $y' = \frac{2x^2 + y^2}{2xy}$.

Wykazać , że wzór ten przedstawia całkę ogólną danego rownania różniczkowego .

4 . Rozwiązać równania różniczkowe o zmiennych rozdzielonych :

a) $\frac{dy}{dx} = \frac{tgy}{x}$ b) $y - x\frac{dy}{dx} = 1 + x^2\frac{dy}{dx}$ c) $e^y\left(1 + x^2\right)\frac{dy}{dx} - 2x\left(1 + e^y\right) = 0$.

5 . Znaleźć całki szczególne poniższych równań , dla podanych obok warunków początkowych :

a) $ydx + ctgxdy = 0$, $y\left(\frac{\pi}{3}\right) = -1$

b) $y = y'\cos^2 x \ln y$, $y(\pi) = 1$

c) $2\left(1 + e^x\right)yy' = e^x$, $y(0) = 0$

d) $y' = \frac{1 + y^2}{1 + x^2}$, $y(0) = 1$.