

AKADEMIA GÓRNICZO-HUTNICZA
WYDZIAŁ IMiR
ZADANIA Z MATEMATYKI DLA ROKU I
ZESTAW III

1. Obliczyć granice:

$$\begin{array}{llll}
 \text{a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{5x} & \text{b) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 1}{x - 1} & \text{c) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 5x}{8x} & \text{d) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 \frac{x}{2} \sin^2 2x}{3x^4} \\
 \text{e) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x}{\operatorname{ctg} \frac{\pi x}{2}} & \text{f) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1 - \operatorname{ctg}^3 x}{2 - \operatorname{ctg} x - \operatorname{ctg}^3 x} & \text{g) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{5x} - 1}{e^x - 1} \\
 \text{h) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 - 2x - x^2} - (1+x)}{2x} & \text{i) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x^2}{x}
 \end{array}$$

2. Obliczyć granice niewłaściwe :

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{10x}{(x-2)^4} \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x + 1}{(x-1)^2} \quad \text{c) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{x^3}$$

3. Obliczyć granice :

$$\begin{array}{lll}
 \text{a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 1}{\sqrt{16 + x^4}} & \text{b) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 2x^2 + x - 8}{9x^3 + 2x^2 + 1} & \text{c) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2}{1 + x^3} \\
 \text{d) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3}{1 + x^2} & \text{e) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x - x^3}{2 + x^2} & \text{f) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{x^2 - 3x + 1} - \sqrt{x^2 + x + 1} \right)
 \end{array}$$

4. W podanych punktach obliczyć granice jednostronne danych funkcji i rozstrzygnąć, czy funkcje te mają granice w tych punktach :

$$\begin{array}{l}
 \text{a) } f(x) = e^{-\frac{1}{x}} \quad \text{w punkcie } x = 0, \\
 \text{b) } f(x) = \frac{|x-1|}{x-1} + x \quad \text{w punkcie } x = 1 \\
 \text{c) } f(x) = \operatorname{arctg} \frac{1}{1-x} \quad \text{w punkcie } x = 1.
 \end{array}$$

5. Wyznaczyć punkty nieciągłości funkcji

$$\begin{array}{llll}
 \text{a) } y = \frac{x + |x|}{2x} & \text{b) } y = \frac{\sin x}{|x|} & \text{c) } y = \frac{x}{x^2 - 1} & \text{d) } y = \operatorname{tg} 2x \\
 \text{e) } y = \operatorname{arctg} \frac{1}{x} & \text{f) } y = 2^{\frac{1}{x-2}} & \text{g) } y = \frac{x^2 + 1}{x^2}
 \end{array}$$

oraz określić rodzaj nieciągłości w tych punktach.