

AKADEMIA GÓRNICZO-HUTNICZA
WYDZIAŁ IMiR
ZADANIA Z MATEMATYKI DLA ROKU I
ZESTAW IV

1 . Dla jakiej wartości a funkcja $f(x)$ będzie funkcją ciągłą w przedziale $(-\infty, \infty)$?

$$f(x) = \begin{cases} x - a & \text{dla } x < 10 \\ \log x & \text{dla } x \geq 10 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} 2^x + 8 & \text{dla } x \leq 0 \\ (x - a)^2 & \text{dla } x > 0 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} 5^{x-1} & \text{dla } x \leq 0 \\ a & \text{dla } x > 0 \end{cases}$$

2 . Dobrać $a \in \mathbb{R}$ tak, aby funkcja

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{1+x}-1}{x} & \text{dla } x \neq 0 \\ a & \text{dla } x = 0 \end{cases}$$

była ciągła dla wszystkich $x \in D_f$.

3 . Funkcja $f(x) = 1 - x \sin \frac{1}{x}$ jest nieokreślona dla $x = 0$. Określić wartość $f(0)$

tak, aby funkcja $f(x)$ była ciągła w punkcie $x = 0$.

4 . Wykorzystując własności funkcji ciągłych wykazać, że równanie $x^5 - 3x = 1$ ma co najmniej jeden pierwiastek zawarty między 1 i 2.

5 . Wykazać, że równanie $e^x - \frac{1}{x^2} = 0$ ma pierwiastek w przedziale $(\frac{1}{2}, 1)$.

6 . Obliczyć granice :

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \arccos\left(\frac{e^x - 1}{2x}\right)$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt[3]{\frac{\sin 2x}{x}}$

c) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \arctg\left(\frac{\sin x}{|x|}\right)$.