

AKADEMIA GÓRNICZO-HUTNICZA
WYDZIAŁ IMiR
ZADANIA Z MATEMATYKI DLA ROKU I
ZESTAW V

1 . Na podstawie definicji znaleźć wzór na pochodną funkcji :

a) $y = \sqrt{x}$ b) $y = x^4$ c) $y = 3 + x^2$ d) $y = \frac{1}{2x+1}$

e) $y = \frac{1}{3x}$ f) $y = -2 + 5x^2$.

2 . Napisać równanie stycznej do linii $y = \frac{x^3}{3}$ w punkcie $x = -1$.

3 . Pod jakim kątem linia $y = \sin x$ przecina oś Ox ?

4 . Dla funkcji $y = (1 + x\sqrt{x})x$ obliczyć $y'(0) - y'(1)$.

5 . Pokazać , że pochodna funkcji $f(x) = \frac{1 - x + x^3 - x^5}{\sqrt{2}}$ jest funkcją parzystą.

6 . Znaleźć punkty , w których następujące funkcje nie posiadają pochodnych :

a) $y = |x + 2|$ b) $y = |x| + |x - 1|$

Wynik zilustrować rysunkiem .

7 . Obliczyć pochodne następujących funkcji :

a) $y = (x - \sqrt{1 - x^2})^3$ b) $y = \sqrt{\frac{1 - \sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}}}$ c) $y = \sqrt[5]{2 - \frac{3}{x-1}}$

d) $y = \arctg \frac{1-x}{\sqrt{2x-x^2}}$ e) $y = \arcsin(2x\sqrt{1-x^2})$ f) $y = \arccos \frac{2}{\sqrt{1+x^2}}$

g) $y = \frac{e^x + 1}{e^x - 1}$ h) $y = e^x \sqrt{1 - e^{2x}} + \arcsin e^x$ i) $y = \ln \frac{1+x}{1-x}$

j) $y = \ln \ln \ln x$ k) $y = x \arctg x - \frac{1}{2} \ln(1+x^2)$ l) $y = \ln \sqrt{\frac{\sin 2t}{1 - \sin 2t}}$

m) $y = (\sin x)^{\sin x}$ n) $y = (a + bx)^x$ o) $y = x^{\frac{1}{x}}$.

8 . W jakim punkcie styczna do paraboli $y = x^2 + 1$ a) jest równoległa do osi Ox

b) tworzy z dodatnim kierunkiem osi Ox kąt $\alpha = \frac{\pi}{3}$.

9 . Jaki warunek muszą spełniać współczynniki a , b i c , aby parabola

$y = ax^2 + bx + c$ była styczna do osi Ox ?

10 . Znaleźć kąt przecięcia krzywych : $y = x^2$ i $y = x$.