

AKADEMIA GÓRNICZO - HUTNICZA
WYDZIAŁ IMiR
ZADANIA Z MATEMATYKI DLA ROKU I
ZESTAW VI

1. Obliczyć pochodną n-tego rzędu funkcji :

a) $y = e^{\frac{-x}{a}}$ b) $y = \ln x$ c) $y = \sqrt{x}$ d) $y = x^n$ e) $y = \cos^2 x$.

2. Obliczyć wszystkie różniczki funkcji $y = x^4$ w punkcie $x_0 = 2$ i dla $dx = 0,5$.

3. Korzystając z twierdzenia de l'Hospitala obliczyć granice :

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\sin 2x}$ b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\ln x}$ c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x - \sin x}$

d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{\operatorname{ctg} x}$ e) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\operatorname{tg} x}{\operatorname{tg} 3x}$ f) $\lim_{x \rightarrow \pi} (\pi - x) \operatorname{tg} \frac{x}{2}$

g) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - e^{2x}) \operatorname{ctg} x$ h) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x \sin x} - \frac{1}{x^2} \right)$ i) $\lim_{x \rightarrow 0} (\sin x)^{\operatorname{tg} x}$

j) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{x} \right)^x$.

4. Wykazać , że pomiędzy pierwiastkami funkcji $f(x) = x^2 - 4x + 3$ znajduje się pierwiastek jej pochodnej . Wyjaśnić to na rysunku .

5. Czy teza twierdzenia Rolle'a ma zastosowanie do funkcji $f(x) = 1 - \sqrt[3]{x^2}$ w przedziale $\langle -1, 1 \rangle$? Wyjaśnić za pomocą rysunku .

6. W jakim punkcie styczna do paraboli $y = x^2$ jest równoległa do cięciwy łączącej punkt A(-1,1) i B(3,9) . Wyjaśnić za pomocą rysunku .

7. Narysować łuk AB linii $y = |\cos x|$ w przedziale $\langle 0, \pi \rangle$. Dlaczego łuk ten nie ma stycznej równoległej do cięciwy AB ? Które z założeń twierdzenia Lagrange'a nie są tutaj spełnione ?