

AKADEMIA GÓRNICZO - HUTNICZA  
WYDZIAŁ IMiR  
ZADANIA Z MATEMATYKI DLA ROKU I  
ZESTAW XI

1. Za pomocą definicji całki oznaczonej obliczyć :

$$\text{a) } \int_2^6 x dx, \quad \text{b) } \int_1^3 (2x+1) dx, \quad \text{c) } \int_0^1 e^x dx.$$

2. Stosując twierdzenie Newtona - Leibniza obliczyć całki :

$$\text{a) } \int_3^5 \frac{x dx}{x^2 - 4}, \quad \text{b) } \int_{-3}^{-2} \frac{dx}{x^2 + 2x + 1}, \quad \text{c) } \int_0^1 \sqrt{1+x} dx, \quad \text{d) } \int_2^{-13} \frac{dx}{\sqrt[5]{(3-x)^4}},$$

$$\text{e) } \int_0^{16} \frac{dx}{\sqrt{x+9} - \sqrt{x}}, \quad \text{f) } \int_0^1 (e^x - 1)^4 e^x dx, \quad \text{g) } \int_0^1 \frac{x dx}{(x^2 + 1)^2},$$

$$\text{h) } \int_1^e \frac{dx}{x\sqrt{1 - (\ln x)^2}}, \quad \text{i) } \int_2^3 \frac{dx}{2x^2 + 3x - 2}, \quad \text{j) } \int_0^1 \frac{x-1}{x+1} dx.$$

3. Stosując twierdzenie o zmianie zmiennych w całce oznaczonej obliczyć :

$$\text{a) } \int_1^e \frac{\sqrt[4]{1 + \ln x}}{x} dx, \quad \text{b) } \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \sqrt{1 + \cos^2 x} dx, \quad \text{c) } \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos^3 x dx}{\sqrt[3]{\sin x}}$$

$$\text{d) } \int_0^1 \frac{e^{2x} dx}{1 + e^x}, \quad \text{e) } \int_{\frac{1}{\pi}}^{\frac{2}{\pi}} \frac{\sin \frac{1}{x}}{x^2} dx, \quad \text{f) } \int_0^{\frac{a}{2}} \sqrt{\frac{a+x}{a-x}} dx, \quad \text{h) } \int_{-0,5}^1 \frac{dx}{\sqrt{8 + 2x - x^2}}.$$

4. Całkując przez części obliczyć następujące całki :

$$\text{a) } \int_0^1 x^2 \arctg x dx, \quad \text{b) } \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{2x} \sin^2 x dx, \quad \text{c) } \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{x dx}{\sin^2 x}, \quad \text{d) } \int_1^2 x \log_2 x dx,$$

$$\text{e) } \int_0^{e-1} \ln(x+1) dx, \quad \text{f) } \int_0^{a\sqrt{7}} \frac{x^3 dx}{\sqrt[3]{a^2 + x^2}}, \quad \text{g) } \int_0^a \sqrt{a^2 - x^2} dx, \quad \text{h) } \int_1^e \ln^3 x dx.$$