

AKADEMIA GÓRNICZO - HUTNICZA
WYDZIAŁ WIMiR
ZADANIA Z MATEMATYKI DLA ROKU I
ZESTAW XIII

1. W zbiorze liczb zespolonych \mathbb{C} wykonać działania :
 $(1 + 3i) + (2 - 4i)$, $(2 - i)(1 + 3i)$,
 $(2 - 3i)(1 + 4i)$, $(3 + 2i)(3 - 2i)$.
2. Znaleźć x i y , jeśli x i y są liczbami rzeczywistymi i spełniają związek :
 $(3 - 2i)x + (4 + i)y = 2 + 6i$.
3. Znaleźć część rzeczywistą i część urojoną następujących liczb zespolonych :
 $\frac{2 - i}{1 + i}$, $\frac{(1 - i)^2 - i}{(1 + i)^2 + i}$, $\frac{(\sqrt{3} + i)(-1 - i\sqrt{3})}{1 + i}$.
4. Wykazać, że $|z_1 - z_2|$ jest odległością między punktami z_1 i z_2 .
5. Znaleźć zbiór punktów na płaszczyźnie zespolonej spełniających warunki :
 - a) $|z| = 1$
 - b) $2 \leq |z| \leq 4$
 - c) $|z - i| \leq \frac{1}{2}$
 - d) $\arg z = \frac{\pi}{4}$
 - e) $\frac{\pi}{4} \leq \arg z \leq \frac{2\pi}{3}$.
6. Obliczyć : $(1 + i)^{24}$, $\left(-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$, $\left(-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3$.
7. Obliczyć pierwiastki : \sqrt{i} , $\sqrt[3]{1 - i}$, $\sqrt[3]{-8}$.
8. Rozwiązać równania :
 - a) $z^2 - i = 0$,
 - b) $z^5 = 1 + \sqrt{3}i$,
 - c) $z^2 - 2z + 5 = 0$,
 - d) $z^4 - 6z^2 + 25 = 0$
 - e) $z^2 - (2 + i)z - 1 + 7i = 0$
 - f) $|z| - z = 1 + 2i$
 - g) $|z| + z = 2 + i$.