

AKADEMIA GÓRNICZO – HUTNICZA
WYDZIAŁ METALI NIEŻELAZNYCH - STUDIUM ZAOCZNE
ZADANIA Z MATEMATYKI - ZESTAW 7

1 . Obliczyć granice:

$$\begin{array}{llll} \text{a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{5x} & \text{b) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 1}{x - 1} & \text{c) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 5x}{8x} & \text{d) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 \frac{x}{2} \sin^2 2x}{3x^4} \\ \text{e) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - x}{\operatorname{ctg} \frac{\pi x}{2}} & \text{f) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1 - \operatorname{ctg}^3 x}{2 - \operatorname{ctg} x - \operatorname{ctg}^3 x} & \text{g) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{5x} - 1}{e^x - 1} \\ \text{h) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 - 2x - x^2} - (1 + x)}{2x} & \text{i) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x^2}{x} \end{array}$$

2 . Obliczyć granice niewłaściwe :

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{10x}{(x - 2)^4} \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x + 1}{(x - 1)^2} \quad \text{c) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{x^3}$$

3 . Obliczyć granice :

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 1}{\sqrt{16 + x^4}} & \text{b) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 2x^2 + x - 8}{9x^3 + 2x^2 + 1} & \text{c) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2}{1 + x^3} \\ \text{d) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3}{1 + x^2} & \text{e) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x - x^3}{2 + x^2} & \text{f) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt{x^2 - 3x + 1} - \sqrt{x^2 + x + 1} \right) \end{array}$$

4 . W podanych punktach obliczyć granice jednostronne danych funkcji i rozstrzygnąć , czy funkcje te mają granice w tych punktach :

$$\begin{array}{ll} \text{a) } f(x) = e^{-\frac{1}{x}} & \text{w punkcie } x = 0, \\ \text{b) } f(x) = \frac{|x - 1|}{x - 1} + x & \text{w punkcie } x = 1 \\ \text{c) } f(x) = \operatorname{arctg} \frac{1}{1 - x} & \text{w punkcie } x = 1. \end{array}$$

5 . Wyznaczyć punkty nieciągłości funkcji

$$\begin{array}{llll} \text{a) } y = \frac{x + |x|}{2x} & \text{b) } y = \frac{\sin x}{|x|} & \text{c) } y = \frac{x}{x^2 - 1} & \text{d) } y = \operatorname{tg} 2x \\ \text{e) } y = \operatorname{arctg} \frac{1}{x} & \text{f) } y = 2^{\frac{1}{x-2}} & \text{g) } y = \frac{x^2 + 1}{x^2} \end{array}$$

oraz określić rodzaj nieciągłości w tych punktach.