

**Zadania**

UWAGA: Proszę nie zapominać o odpowiednich komentarzach, suma 90 punktów.

**Zadanie 1 (14 + 4)**

a) Znajdź RPP 
$$\begin{cases} y' = xy + xe^{\frac{3}{2}x^2} \\ y(1) = e \end{cases}$$

b) Znajdź wszystkie punkty spełniające równanie  $xy^2z + 1 = 0$  w których równania tego nie da się rozwickać jako  $y = y(x, z)$ .

**Zadanie 2 (14 + 4)**

a) Oblicz strumień pola  $\vec{F} = (6x, 4y, z^2)$  przez wewnętrzną stronę powierzchni  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ .

b) Oblicz  $\frac{D(x,y,z)}{D(r,\phi,z)}$ , czyli Jakobian odwzorowania zdefiniowanego przy przejściu na współrzędne walcowe.

**Zadanie 3 (14 + 4)**

a) Oblicz objętość bryły ograniczonej powierzchniami  $z = x^2 + y^2, x^2 + y^2 + z^2 = 2$ .

b) Narysuj obszar całkowania i zmień kolejność iterowania w całce  $\int_0^4 dx \int_{2\sqrt{x}}^{8-x} f(x, y) dy$ .

**Zadanie 4 (5+5+8)**

Dany jest układ: 
$$\begin{cases} x' = 2y \\ y' = -2x \end{cases}$$

a) Znajdź RO tego układu metodą eliminacji wyliczając  $y$  z pierwszego równania.

b) Znajdź RO tego układu metodą Eulera.

c) Znajdź RPP 
$$\begin{cases} x' = 2y + 1 \\ y' = -2x \\ x(0) = 1 \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

**Zadanie 5 (3+5+5+5) Oblicz:**

a)  $\int_{\Gamma} (x^2 + y) ds$ , gdzie  $\Gamma$  dana jest równaniem  $y = x^2, x \in [0, 1]$ .

b)  $\int_{\Gamma} (x + y^2) dx + 4x dy$ , gdzie  $\Gamma$  to brzeg kwadratu o wierzchołkach  $A_1 = (0, 0), A_2 = (1, 0), A_3 = (1, 1), A_4 = (0, 1)$  zorientowany zgodnie z wskazówkami zegara.

c) Znajdź RO równania  $y'' - 9y = e^{3t}$ .

d)  $\int_S \int z dS$ , gdzie  $S = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 \leq 4, z = x + y\}$ .