

Egzamin z Matematyki – Informatyka Stosowana I rok, 6 marca 2009.  
Zadania.

1. (13 pkt.) Oblicz całki

a)  $\int \frac{x^3 + 2x^2 + 1}{4 - x^2} dx,$

b)  $\int \frac{\cos^3 x}{\sin^4 x} dx,$

c)  $\int x^2 \sqrt{1 + 4x^3} dx.$

2. (13 pkt.)

a) Oblicz  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sin(n! + 1) \cdot \frac{n}{n^2 + 1}.$

b) Zbadaj monotoniczność i ekstrema funkcji

$$f : x \mapsto 4 \operatorname{arctg} x - \ln x.$$

3. (13 pkt.) a) Znajdź równania wszystkich asymptot wykresu funkcji

$$x \mapsto x(\operatorname{arctg} x - \pi).$$

b) Zbadaj wypukłość i punkty przegięcia funkcji  $f : x \mapsto x \cdot e^{\frac{1}{x}}.$

4. (13 pkt.) Oblicz objętość i pole powierzchni bryły powstałej przez obrót wokół osi  $Ox$  krzywej  $y = \sin x, x \in [0, \pi].$

5. (13 pkt.) Wyznacz pochodną kierunkową funkcji

$$g : (x, y, z) \mapsto y \operatorname{arctg} \frac{x^2 + y^2 + 1}{z^2 + 1}$$

w punkcie  $P(0, -1, 1)$  w kierunku wektora kierunkowego prostej

$$l : \begin{cases} 2x - z + 7 & = 0 \\ 2x - 5y + 4z & = 0 \end{cases}$$