Egzamin z Matematyki - Informatyka Stosowana I rok - 26 czerwca 2015

Zadania

Zad 1 (13 pkt.) a)Znajdź rozwiązanie następującego problemu

$$\begin{cases} y' = y \cdot ctg\ x + 2 \cdot sin\ x \\ y(\frac{\pi}{2}) = 0 \end{cases}$$

Zad 2 (13 pkt.) Korzystając z metody Eulera rozwiąż układ równań różniczkowych

$$\begin{cases} \frac{\delta x}{\delta t} = y + z + 1 \\ \frac{\delta y}{\delta t} = x + z \\ \frac{\delta z}{\delta t} = x + y \end{cases}$$

Zad 3 (13 pkt.)
a) Uzasadnij bez liczenia potencjału, że pole wektorowe

$$\vec{F} = \left(\frac{x}{x^2+y^2}, \frac{y}{x^2+y^2}\right)$$

jest potencjalne w obszarze

$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : y + x > 1\}$$

b)Oblicz

$$\int_K \frac{x}{x^2+y^2}dx + \frac{y}{x^2+y^2}dy$$

gdzie krzywa K jest częścią okręgu $O = \left((e, \frac{1}{2}e), \frac{1}{2}e)\right)$ skierowanego przeciwnie do wskazówek zegara od punktu $A = (e, 0)$ do punktu $B = (e, e)$.

Zad 4 (13 pkt.) Oblicz objętość bryły

$$\Omega = \{(x,y,z) : z \geqslant \sqrt{x^2+y^2}, z \leqslant 2 - x^2 - y^2\}$$

Zad 5 (13 pkt.) Oblicz masę bryły

$$\Omega = \{(x,y,z) : a^2 \leqslant x^2 + y^2 + b^2 \leqslant b^2, z \leqslant 0\}$$

jeśli gęstość masy w punkcie (x,y,z) jest równa odległości tego punktu od płaszczyzny xOy.

Egzamin z Matematyki - Informatyka Stosowana I rok - 26 czerwca 2015

Teoria

Zadanie 1 (11 pkt.)
a)Znajdź rozwiązanie ogólne równania

$$1)\ y'' + 4y = 0$$

$$2)\ y'' + 4y = e^{2x}$$

b) Prz pomocy metody przewidywań znajdź bez wyliczania współczynników postać rozwiązania szczególnego równania

$$1)\ y'' + 4y = x^2e^x$$

$$3)\ y'' + 4y = sin\ 2x$$

$$3)\ y'' + 4y = x^2cos\ x$$

Zadanie 2(12 pkt.)
a) Sformułuj twierdzenie o funkcji uwikłanej jednej zmiennej.
b) Oblicz drugą pochodną funkcji uwikłanej y = y(x) określonej równaniem

$$xe^y + ye^x - 2 = 0$$

w punkcie $x_0 = 0$.

Zadanie 3(11 pkt.)
a) Sformułuj twierdzenie Greena.
b) Podaj wzór na pole figury wynikający z twierdzenia Greena.
c) Przy pomocy tego wzoru oblicz pole koła o promieniu R.