

## Zadanie domowe nr 8

**Zadanie 1** (Bardzo rachunkowe). *Oblicz pole płata (torus)*

$$S : \begin{cases} x(u, v) = (5 + 2 \cos v) \cos u \\ y(u, v) = (5 + 2 \cos v) \sin u \\ z(u, v) = 2 \sin v. \end{cases} \quad (u, v) \in [0, 2\pi] \times [0, 2\pi]$$

*Odp.  $40\pi^2$ .*

**Zadanie 2.** *Oblicz*

$$\int_S \int z dS$$

*gdzie  $S$  jest częścią płata  $z = z^2 + y^2$  domkniętą powierzchnią  $z = 1$ .*

*Odp.  $\frac{25\sqrt{5}+61}{60}\pi$ .*

**Zadanie 3.** *Oblicz*

$$\int_S \int xydydz + xyszdx + yzxdy$$

*gdzie  $S$  jest zewnętrzną stroną powierzchni bocznej walca  $x^2 + y^2 \leq R^2, 0 \leq z \leq H$ .*

*Odp.  $\frac{\pi R^2 H^2}{2}$ .*

**Zadanie 4.** *Oblicz strumień pola  $\vec{F} = (x^2y, -xy^2, x^2z)$  przez zewnętrzną stronę powierzchni  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ .*

*Odp.  $\frac{81}{15}\pi$ .*

**Zadanie 5.** *Korzystając z tw. Stokes'a oblicz*

$$\int_K xy^3 dx + dy + z dz, \text{ gdzie}$$

$$K : \begin{cases} x = a \cos t \\ y = \sin t \\ z = 0 \end{cases} \quad t \in [0, 2\pi].$$

*Wskazówka: Należy dobrać odpowiednio  $S$ .*