

Zadanie domowe nr 2 - Ciągi liczbowe

Zadanie 1. Wykaż, że następujący ciąg jest zbieżny. Znajdź granicę.

$$\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_{n+1} = \frac{a_n}{1+a_n}, \quad n \geq 1 \end{cases}$$

Zadanie 2. Oblicz granice.

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n^2+1)(2n-1)!}{(2n+1)!+1}$

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{n^3 + 3n} - n)$

c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{7^{-n} + \pi^n + e^{n+2} + 2^{3n} + 2000}$

d) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2+2n-3}{n^2+n} \right)^{2n}$

e) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\sin \frac{4}{n}}{\sin \frac{1}{n}} + \frac{\ln 4n}{\ln n} \right)$

f) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin(n+1)}{n+1} \cdot \sqrt{n} \cdot \cos \frac{1}{n}$

g) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{\sqrt{n^2+1}} + \frac{1}{\sqrt{n^2+2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n^2+n}} \right)$

i) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\cos^n 111 + (7n)^{\frac{1}{4n}}}{1 - \sqrt[n]{n}}$