

Zadanie domowe nr 8

Całka oznaczona i niewłaściwa - zastosowania geometryczne

Zadanie 1. Oblicz całki (o ile są zbieżne).

a)

$$\int_{-\infty}^0 \frac{dx}{(1+x^2)(1+\arctg^2 x)}$$

b)

$$\int_0^2 \operatorname{sgn}(x-x^3) dx, \quad \text{gdzie} \quad \operatorname{sgn} x = \begin{cases} 1 & ; x > 0 \\ 0 & ; x = 0 \\ -1 & ; x < 0 \end{cases}$$

c)

$$\int_0^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{e^x-1}}, \quad (\text{Zastosuj podstawienie } e^x - 1 = t^2.)$$

d)

$$\int_{-1}^0 x^2 \sqrt{1-5x} dx$$

Zadanie 2. Oblicz długość łuku krzywej Γ .

$$\Gamma: \quad f(x) = \ln(1-x^2), \quad x \in \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right].$$

Zadanie 3. Oblicz pole powierzchni powstałej poprzez obrót wokół osi Ox krzywej

$$y = \sqrt{4x-x^2}, \quad x \in [1, 3].$$

Co to za powierzchnia? Wykonaj rysunek.

Zadanie 4. Oblicz długość łuku krzywej.

$$l: \quad x(t) = 3t \sin 3t + \cos 3t, \quad y(t) = 3t \cos 3t - \sin 3t, \quad \in \left[-\pi, \frac{\pi}{3}\right]$$

Zadanie 5. Oblicz objętość bryły powstałej przez obrót wokół osi Ox figury ograniczonej krzywymi:

$$y = \sqrt{\arctg x}, \quad y = 0, \quad x = 1.$$