

## Zadanie domowe nr 9 - Funkcje wielu zmiennych - część I

**Zadanie 1.** Zbadaj zbieżność ciągów punktów na płaszczyźnie.

$$a) P_n = \left( \sqrt[n]{1 + 3^n + 7^n}, \left(\frac{n-3}{n}\right)^n \right) \quad b) Q_n = \left( \frac{25^n}{5^{2n} + 7^n}, \arccos \frac{1-n}{n} \right)$$

**Zadanie 2.** Oblicz granice, jeśli istnieją.

a)

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x}{x+y}$$

b)

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{e^{-\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}}}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

**Zadanie 3.** Oblicz pochodne cząstkowe pierwszego rzędu funkcji  $f$ .

a)

$$f(x, y, z) = (2x + 3z)^{yz}$$

b)

$$f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2} \cdot \ln \frac{x}{y} - (\ln(2x^2 + 1))^{\sin y}$$

c)

$$f(x, y) = \sqrt[3]{x^3 - y^3} \quad \text{w punkcie } P_0 = (0, 0)$$

d)

$$f(x, y, z) = \begin{cases} \frac{x^3 + y^3 + z^3}{x^2 + y^2 + z^2} & ; (x, y, z) \neq (0, 0, 0) \\ 0 & ; (x, y, z) = (0, 0, 0) \end{cases}$$

**Zadanie 4.** Oblicz pochodną kierunkową funkcji  $f(x, y) = x^y \cdot y^x$  w punkcie  $P_0 = (1, 2)$  w kierunku wektora  $\vec{v} = (5, -12)$ .

**Zadanie 5.** Znajdź płaszczyznę styczną  $\pi_s$  do powierzchni

$$\Sigma : z = (2 + x - 3y)^4,$$

w punkcie przecięcia z osią  $Oz$ .