

Zadanie domowe nr 8

Całka oznaczona i niewłaściwa - zastosowania geometryczne

Zadanie 1. Oblicz całki.

a)

$$\int_{-\infty}^0 \frac{dx}{(1+x^2)(\operatorname{arctg}^2 x + 1)}$$

b)

$$\int_0^2 \operatorname{sgn}(x-x^3)dx, \text{ gdzie } \operatorname{sgn}x = \begin{cases} 1 & ; x > 0 \\ 0 & ; x = 0 \\ -1 & ; x < 0 \end{cases}$$

c)

$$\int_0^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{e^x - 1}}, \text{ zastosuj podstawienie } e^x - 1 = t^2.$$

Zadanie 2. Oblicz długość łuku krzywej.

$$l: f(x) = \ln(1-x^2), x \in \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right].$$

Zadanie 3. Oblicz pole powierzchni powstałej poprzez obrót wokół osi Ox krzywej

$$y = \sqrt{a^2 - x^2}, x \in [-a, a], a > 0.$$

Co to za powierzchnia? Wykonaj rysunek.

Zadanie 4. Oblicz długość łuku krzywej.

$$l: x(t) = a(1 - \cos t), y(t) = a(t - \sin t), t \in [0, 2\pi], a > 0.$$

Zadanie 5. Oblicz objętość bryły powstałej przez obrót wokół osi Ox figury ograniczonej krzywą:

$$y = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}, x \in [-1, 1].$$